

**ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΗΧΗΤΙΚΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ ΚΑΤΑ PWM ΓΙΑ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ
ΠΛΗΡΩΣ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΑΝΔΡΕΑ ΦΛΩΡΟΥ

ΔΙΠΛ. ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

**ΑΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ 104
ΠΑΤΡΑ – ΜΑΡΤΙΟΣ 2001**

Πιστοποίηση

Πιστοποιείται ότι η παρούσα διδακτορική διατριβή με θέμα:

«Διαμόρφωση Ηχητικών Σημάτων κατά PWM για Υλοποίηση Πλήρως Ψηφιακών Ενισχυτών»

του Ανδρέα Φλώρου, Διπλωματούχου Ηλεκτρολόγου Μηχανικού, παρουσιάστηκε δημοσίως στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Πατρών στις 29 Μαρτίου 2001 και εξετάστηκε και εγκρίθηκε από την ακόλουθη Εξεταστική Επιτροπή:

Ι. Μουρτζόπουλος, Αναπλ. Καθ. Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών, Επιβλέπων Καθηγητής

Γ. Κοκκινάκης, Καθηγητής Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών, Μέλος Συμβουλευτικής Επιτροπής

Β. Μακίος, Καθηγητής Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών, Μέλος Συμβουλευτικής Επιτροπής

* Α. Στουραίτης, Καθηγητής Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών

Θ. Δεληγιάννης, Καθηγητής της Σχολής Θετικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Πατρών

Α. Μπίρμπας, Αναπλ. Καθηγητής Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών

Ε. Τατάκης, Επίκ. Καθηγητής Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών

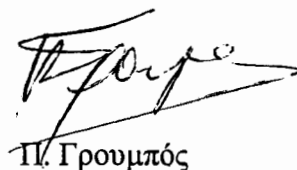
Πάτρα, 29 Μαρτίου 2001

Ο Επιβλέπων Καθηγητής



Ι. Μουρτζόπουλος

Ο Πρόεδρος του Τμήματος



Π. Γρουμπός

* ανών. φόρμα ασθένειας

Πρόλογος

Η παρούσα διατριβή εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Ενσύρματης Τηλεπικοινωνίας του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Πατρών από τον Οκτώβριο 1996 έως τον Μάρτιο 2001.

Το θέμα πρότεινε ο Αναπληρωτής καθηγητής κ. Ιωάννης Μουρτζόπουλος, ο οποίος προήδρευσε της Τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής, μέλη της οποίας ήταν ο Καθηγητής κ. Γ. Κοκκινάκης και ο Καθηγητής κ. Β. Μακίος. Το ενδιαφέρον, η καθοδήγηση και η πολύπλευρη συμπαράσταση εκ μέρους του κ. Μουρτζόπουλου ήταν συνεχείς, βοήθησαν ουσιαστικά στην επιτυχή περάτωση της διατριβής και δυστυχώς, οποιαδήποτε μορφή γραπτής ευχαριστίας, δεν μπορεί να τα ανταποδώσει. Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω και στους Καθηγητές κ. Κοκκινάκη και κ. Μακίό, για τις ουσιαστικές και εύστοχες παρατηρήσεις τους.

Την επταμελή εξεταστική επιτροπή συγκρότησαν τα μέλη της ανωτέρω Συμβουλευτικής Επιτροπής κι επιπλέον ο Καθηγητής κ. Α. Στουραίτης, ο Καθηγητής κ. Θ. Δελγιάννης, ο Αναπληρωτής Καθηγητής κ. Α. Μπίμπας και ο Επίκουρος Καθηγητής κ. Ε. Τατάκης. Τους ευχαριστώ θερμά όλους για το ενδιαφέρον τους και τις υποδείξεις τους.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Δρ. Τσουκαλά Διονύση για τις επιτυχείς συνεργασίες που είχαμε κατά την εξέλιξη της διατριβής, και τους υπόλοιπους συναδέλφους μου στο εργαστήριο. Τέλος, οφείλω θερμά ευχαριστώ και στους γονείς μου, κυρίως για την συμπαράστασή τους όλα αυτά τα χρόνια.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	1
1.1 Τεχνολογίες ψηφιακών ενισχυτών	3
1.1.1 Ψηφιακοί ενισχυτές τύπου PWM	5
1.1.2 Ψηφιακοί ενισχυτές τύπου Σ/Δ	7
1.2 Γενικά στοιχεία για την PWM διαμόρφωση	8
1.2.1 Τύποι PWM διαμόρφωσης	9
1.2.2 Περιγραφή PWM διαμόρφωσης	12
1.3 Πρωτότυπη συμβολή της εργασίας	14
1.4 Παρουσίαση και δομή της εργασίας	15
Κεφάλαιο 2: Θεωρία ψηφιακής PWM διαμόρφωσης	17
2.1 Εισαγωγή	17
2.2 Η PWM διαμόρφωση ως 1-bit σήμα	18
2.3 Αναλυτική έκφραση της 1-bit PWM παλμοσειράς στο πεδίο του χρόνου	20
2.3.1 Παράδειγμα απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο του χρόνου	24
2.4 Αναλυτική έκφραση της 1-bit PWM παλμοσειράς στο πεδίο της συχνότητας	27
2.4.1 Παράδειγμα απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο της συχνότητας	27
2.5 Σύνοψη Κεφαλαίου	35
Κεφάλαιο 3: Αναλυτική μελέτη PWM παραμορφώσεων	37
3.1 Εισαγωγή	37
3.2 Αναλυτική αναπαράσταση PCM κωδικοποίησης	37
3.3 Η φύση των PWM παραμορφώσεων	39
3.4 Αναλυτική ποσοτική εκτίμηση των PWM παραμορφώσεων	41
3.5 Αναλυτική έκφραση μεταβολής PWM παραμορφώσεων	43
3.5.1 Μεταβολή με το πλάτος εισόδου	44
3.5.2 Μεταβολή με τη συχνότητα εισόδου/δειγματοληψίας	46
3.6 Σφάλμα απεικόνισης PCM-σε-PWM μετατροπής	48
3.6.1 Σφάλμα απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο του χρόνου	50
3.6.2 Σφάλμα απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο της συχνότητας	52
3.7 Παραμορφώσεις οφειλόμενες σε jitter	54
3.7.1 Βασική θεωρία jitter	55
3.7.2 Αναλυτική περιγραφή του jitter στο PWM πεδίο	58
3.8 Σύνοψη Κεφαλαίου	58
Κεφάλαιο 4: Τεχνικές μείωσης PWM παραμορφώσεων	61
4.1 Εισαγωγή	61
4.2 Αντιμετώπιση PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων	61
4.3 Υφιστάμενες μέθοδοι αντιμετώπισης PWM παραμορφώσεων	63
4.4 Προτεινόμενες μέθοδοι αντιμετώπισης PWM παραμορφώσεων	65
4.5 Ασύμμετρη PWM διαμόρφωση	65
4.5.1 Απόδοση A-UPWM μετατροπής	67
4.6 Jither τεχνική καταστολής PWM-παραμορφώσεων	71

4.6.1 UPWM και NPWM μετατροπή	71
4.6.2 Παραμορφώσεις λόγω UPWM μετατροπής	74
4.6.3 Ελαχιστοποίηση A-UPWM παραμορφώσεων	76
4.6.4 Ελαχιστοποίηση UPWM παραμορφώσεων με χρήση jitter	77
4.6.5 Εφαρμογή του Jither στο πεδίο του πλάτους	79
4.6.6 Εφαρμογή του Jither στο πεδίο του χρόνου	82
4.6.7 Υλοποίηση Jither στο πεδίο του χρόνου	86
4.7 Σύνοψη Κεφαλαίου	89

Κεφάλαιο 5: Αποτελέσματα 91

5.1 Εισαγωγή	91
5.2 Αριθμητική εκτίμηση PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων	91
5.2.1 Μεθοδολογία πειραμάτων και κριτήρια εκτίμησης παραμορφώσεων	93
Α. Ολική αρμονική παραμόρφωση	93
Β. Μέτρηση απόλυτης παραμόρφωσης	94
Γ. Υποκειμενικές μετρήσεις PWM παραμορφώσεων	94
5.2.2 Μέτρηση πλάτους αρμονικών	95
5.2.3 Μέτρηση (%) αρμονικής παραμόρφωσης	99
5.2.4 Μέτρηση απόλυτης παραμόρφωσης	100
5.2.5 Μέτρηση υποκειμενικών κριτηρίων	101
5.2.6 Μέτρηση παραμορφώσεων τυπικών ηχητικών κυματομορφών	104
5.2.7 Περιοχή αποδεκτής PWM μετατροπής	105
5.3 Jitter και PWM μετατροπή	106
5.3.1 Jitter στο PCM πεδίο	107
5.3.2 Jitter στο PWM πεδίο	110
5.3.3 Σύνοψη αποτελεσμάτων jitter	118
5.4 Αποτελέσματα jitter τεχνικής	118
5.4.1 Καταστολή του πλάτους των παραγόμενων αρμονικών	119
5.5 Σύνοψη Κεφαλαίου	124

Κεφάλαιο 6: Υλοποίηση PCM-σε-PWM μετατροπέα 125

6.1 Εισαγωγή	125
6.2 Υλοποίηση PCM-σε-PWM μετατροπέα	125
6.3 Μετρήσεις - αποτελέσματα	129
6.4 Εξέλιξη της υλοποίησης	131
6.5 Σύνοψη Κεφαλαίου	133

Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία 135

Αναφορές 141

Ευρετήριο Σχημάτων 147

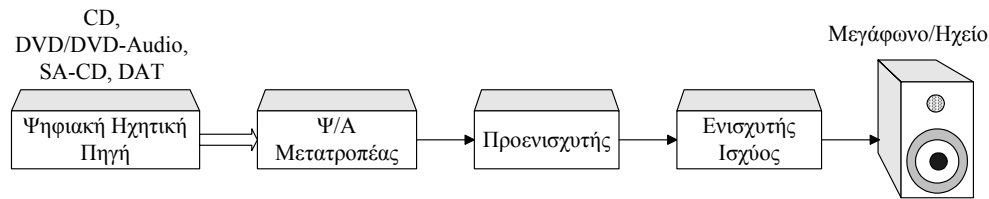
Ευρετήριο Πινάκων 153

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Το πρόβλημα της ηχητικής αναπαραγωγής απασχόλησε τον άνθρωπο από το 1877, όταν ο T. A. Edison εφηύρε τον φωνόγραφο. Από τότε, η έρευνα και η προσπάθεια στον τομέα αυτό εστιάζεται στη βελτίωση της ποιότητας της αναπαραγόμενης από τα διάφορα ηχητικά συστήματα πληροφορίας που φθάνει στο ανθρώπινο όργανο της ακοής, αλλά και στην οικονομική και πρακτικώς εφικτή πρόσβαση σε αυτήν από το ευρύτερο καταναλωτικό κοινό. Η βελτίωση αυτή έχει ως απώτερο στόχο την εγγραφή και αναπαραγωγή της ηχητικής πληροφορίας, με πιστότητα ίδια με αυτήν της αρχικής ηχητικής πηγής, δηλαδή χωρίς την προσθήκη καμίας μορφής παραμόρφωσης και θορύβου.

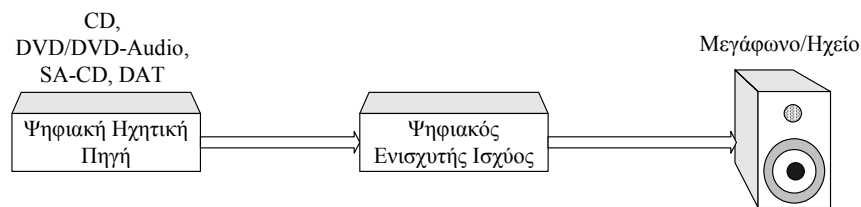
Αρχικά, και μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του 1970, όλα τα συστήματα και υποσυστήματα της αλυσίδας ηχητικής αναπαραγωγής ήταν αναλογικά. Διάφοροι όμως σημαντικοί περιορισμοί της αναλογικής τεχνολογίας, όπως για παράδειγμα η περιορισμένη δυναμική περιοχή, η περιορισμένη απόκριση συχνότητας, ο μικρός λόγος σήματος προς θόρυβο και η προσθετική δράση των εισαγόμενων από τα διάφορα αναλογικά συστήματα παραμορφώσεων στην ηχητική αλυσίδα, οδήγησαν στην υιοθέτηση της ψηφιακής τεχνολογίας.

Στη σημερινή εποχή, οι ψηφιακές ηχητικές συσκευές κυριαρχούν, ιδιαίτερα στον τομέα της εγγραφής και αποθήκευσης της ηχητικής πληροφορίας. Εντούτοις, όπως είναι γνωστό, σε μία τυπική αλυσίδα ηχητικής αναπαραγωγής, όπως αυτή που φαίνεται στο **Σχήμα 1.1**, οι περισσότερες βαθμίδες συστημάτων και υποσυστημάτων υλοποιούνται στο αναλογικό πεδίο, παρόλη τη μεγάλη διάδοση των ψηφιακών ηχητικών πηγών που λαμβάνει χώρα τα τελευταία χρόνια (π.χ. οδηγοί συμπαγούς δίσκου ψηφιακών ηχητικών δεδομένων – Digital Audio Compact Disk – CD-DA, Digital Audio Tape – DAT, DVD-Video/Audio, Super Audio CD, κ.λ.π). Έτσι, στην τυπική πλέον περίπτωση όπου τα αρχικά ηχητικά δεδομένα είναι ψηφιακά, είναι απαραίτητη η μετατροπή τους στο αναλογικό πεδίο από συστήματα Ψηφιακού-σε-Αναλογικό μετατροπέων (Digital-to-Analog Converters, DACs) και η ενίσχυσή τους (τάσης ή/και ισχύος), πριν την τελική μετατροπή τους σε ηχητικό κύμα από κατάλληλους αναλογικούς ηλεκτροακουστικούς μετατροπείς (π.χ. συστήματα μεγαφώνων – ηχείων).



Σχήμα 1.1: Τυπική αλυσίδα ηχητικής αναπαραγωγής με αναλογικά συστήματα ενίσχυσης.

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια έντονη ερευνητική δραστηριότητα προς την κατεύθυνση της αντικατάστασης όλων των αναλογικών βαθμίδων της αλυσίδας ηχητικής αναπαραγωγής από αντίστοιχες ψηφιακές. Όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 1.2**, η παραπάνω τάση υλοποιείται με την αντικατάσταση των Ψ/A μετατροπέων, των προενισχυτών και των ενισχυτών ισχύος από ψηφιακούς ενισχυτές, η λειτουργικότητα των οποίων κατά την ηχητική αναπαραγωγή είναι διπλή: α) ενισχύουν τα ηχητικά δεδομένα κατευθείαν στο ψηφιακό πεδίο, χωρίς ενδιάμεση μετατροπή τους σε αναλογικά και β) το ψηφιακό σήμα ισχύος της εξόδου τους, κατάλληλα κωδικοποιημένο, μπορεί να οδηγηθεί κατευθείαν σε συστήματα μεγαφώνων ηχείων. Με αυτόν τον τρόπο, οι ψηφιακοί ενισχυτές λειτουργούν ουσιαστικά ως Ψ/A μετατροπείς ισχύος.



Σχήμα 1.2: Πλήρως ψηφιακή αλυσίδα ηχητικής αναπαραγωγής.

Τα πλεονεκτήματα της παραπάνω προσέγγισης είναι πολλαπλά: α) η εξάλειψη της χρήσης Ψ/A μετατροπέων, συνεπάγεται την μη ύπαρξη μη γραμμικών παραμορφώσεων που αυτοί δημιουργούν κατά τη λειτουργία τους β) μειώνονται οι αναλογικές προσθετικές πηγές θορύβου, όπως οι Ψ/A μετατροπείς, οι προενισχυτές, οι καλωδιώσεις αναλογικού σήματος μεταξύ ηχητικών συσκευών, τα διαδοχικά στάδια κέρδους και οι βρόχοι ανάδρασης γ) όπως θα αναφερθεί πιο αναλυτικά και παρακάτω, σε αντίθεση με τις αντίστοιχες αναλογικές υλοποιήσεις, η ψηφιακή ενίσχυση ηχητικών δεδομένων υλοποιείται με εξαιρετικά υψηλές αποδόσεις [18] (θεωρητικά 100%, πρακτικά της τάξης του 80 – 90% σε σύγκριση με το 20-

30% που επιτυγχάνουν τα αντίστοιχα αναλογικά συστήματα ενίσχυσης ισχύος), επιτρέποντας την κατασκευή συσκευών υψηλής ισχύος με μικρό όγκο, βάρος και κόστος.

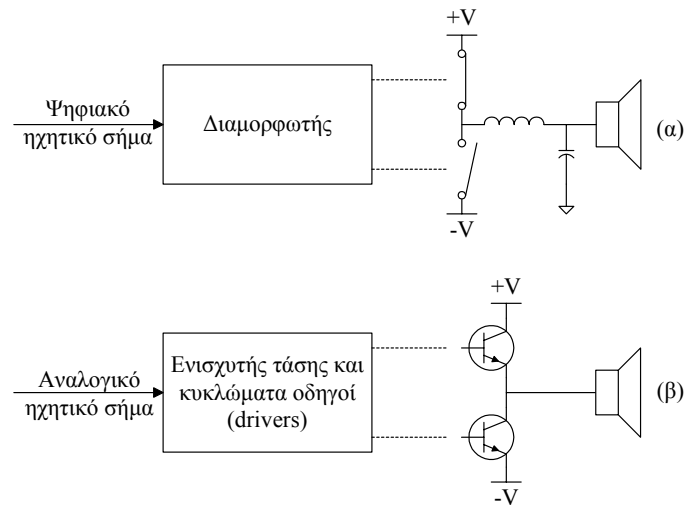
Από την άλλη μεριά, οι ψηφιακοί ενισχυτές παρουσιάζουν δύο σημαντικά χαρακτηριστικά, τα οποία εμποδίζουν στην παρούσα φάση την εύκολη και αποδοτική υλοποίηση τέτοιων συστημάτων [1]: α) υψηλούς ρυθμούς λειτουργίας/κωδικοποίησης των ψηφιακών δεδομένων, που δημιουργούν προβλήματα ηλεκτρομαγνητικών παρεμβολών και ακρίβειας χρονισμού και β) μη γραμμικές παραμορφώσεις, οφειλόμενες στην κωδικοποίηση του ψηφιακού ηχητικού σήματος. Τα δύο αυτά προβλήματα τα τελευταία χρόνια αποτελούν αντικείμενο έντονης ερευνητικής δραστηριότητας.

1.1 Τεχνολογίες ψηφιακών ενισχυτών

Η γενική μορφή ενός ψηφιακού ενισχυτή ηχητικού σήματος (ενισχυτής τάξης D) φαίνεται στο **Σχήμα 1.3(α)**, όπου και συγκρίνεται με την τυπική μορφή ενός αντίστοιχου αναλογικού ενισχυτή (π.χ. τάξης AB) στο **Σχήμα 1.3(β)**. Η βασική αρχή λειτουργίας του είναι η μετατροπή (διαμόρφωση) των ψηφιακών ηχητικών δεδομένων σε ψηφιακό (παλμικό) σήμα ελέγχου μιας βαθμίδας διακοπτικών στοιχείων (π.χ. MOSFETs), η έξοδος των οποίων εφαρμόζεται κατευθείαν στην είσοδο ενός συστήματος μεγαφώνου - ηχείου μέσω μιας βαθμίδας χαμηλοδιαβατού φίλτρου, χωρίς την προηγούμενη μετάβασή του στο αναλογικό πεδίο. Αντίθετα, στις αντίστοιχες αναλογικές υλοποιήσεις, το υπό ενίσχυση αναλογικό ηχητικό σήμα οδηγείται σε βαθμίδες ενίσχυσης τάσης και κυκλώματα οδηγών (drivers) του σταδίου εξόδου, πριν την εφαρμογή του στα ενισχυτικά στοιχεία της βαθμίδας ισχύος, τα οποία λειτουργούν στην γραμμική περιοχή τους.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, οι τάξης D ενισχυτές επιτυγχάνουν πολύ υψηλότερη απόδοση (πρακτικά περίπου 4 φορές μεγαλύτερη) σε σχέση με αντίστοιχους αναλογικούς. Η επί τοις εκατό απόδοση η (%) ενός ενισχυτή ορίζεται ως το πηλίκο της ισχύος εξόδου P_{out} (Watts) που αποδίδεται αποκλειστικά στο φορτίο του ενισχυτή (π.χ. μεγάφωνο/ηχείο) προς την ισχύ P_{sup} (Watts) που αποδίδεται από την μονάδα τροφοδοσίας του ενισχυτή και περιγράφεται μαθηματικά ως:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{sup}} \times 100 \quad (1.1)$$



Σχήμα 1.3: Γενική μορφή ενισχυτών ηχητικού σήματος (α) πλήρως ψηφιακών (β) αναλογικών.

Η υψηλή απόδοση των ψηφιακών ενισχυτών, όπως αυτή εκφράζεται από την εξίσωση (1.1), οφείλεται στο γεγονός ότι τα MOSFET στοιχεία στη βαθμίδα εξόδου δε λειτουργούν στη γραμμική περιοχή τους, όπως συμβαίνει π.χ. με τα τρανζίστορ εξόδου στην έξοδο ενός ενισχυτή τάξης AB, αλλά ως διακόπτες που μεταβαίνουν από την κατάσταση OFF σε κατάσταση ON (κορεσμός) [35]. Έτσι, θεωρητικά, δεν καταναλώνεται ενέργεια υπό μορφή θερμότητας, επιτυγχάνεται απόδοση της τάξης του 100%, γεγονός που σημαίνει ότι δεν απαιτείται τοποθέτηση ψυκτρών στο στάδιο ισχύος. Στην πράξη, με δεδομένο ότι η αντίσταση των διακοπτικών στοιχείων δεν είναι μηδενική αλλά της τάξης των 0.1Ω , ενώ συγχρόνως για κάποιο μικρό χρονικό διάστημα η κατάσταση λειτουργίας τους διέρχεται από τη γραμμική περιοχή πριν εισέλθουν στον κορεσμό ή επιστρέψουν στην κατάσταση OFF, η παραπάνω θεωρητικά υπολογισμένη απόδοση κυμαίνεται μεταξύ 80-90%, πάλι πολύ μεγαλύτερη της απόδοσης αντίστοιχων αναλογικών υλοποιήσεων. Η απόδοση αυτή των ψηφιακών ενισχυτών αυξάνει με μείωση της ταχύτητας οδήγησης των διακοπτικών στοιχείων, που προφανώς εξαρτάται από το ρυθμό των παραγόμενων από το διαμορφωτή παλμών (Pulse Repetition Frequency, PRF) [8], λόγω της συχνότερης διέλευσής τους από τη γραμμική περιοχή λειτουργίας στη μονάδα του χρόνου.

Σε τυπικές ηχητικές εφαρμογές, τα ψηφιακά ηχητικά δεδομένα εισόδου είναι κωδικοποιημένα σύμφωνα με τη γραμμική παλμοκωδική διαμόρφωση (Pulse Code Modulation, PCM) με συχνότητα δειγματοληψίας f_s (Hz) και ευκρίνεια κβαντισμού N bit, γεγονός που σημαίνει ότι η ηχητική πληροφορία είναι αποθηκευμένη σε 2^N διακριτές στάθμες σήματος. Κατ' επέκταση, η κατευθείαν ενίσχυση του PCM σήματος (χωρίς τη χρήση του διαμορφωτή) στο

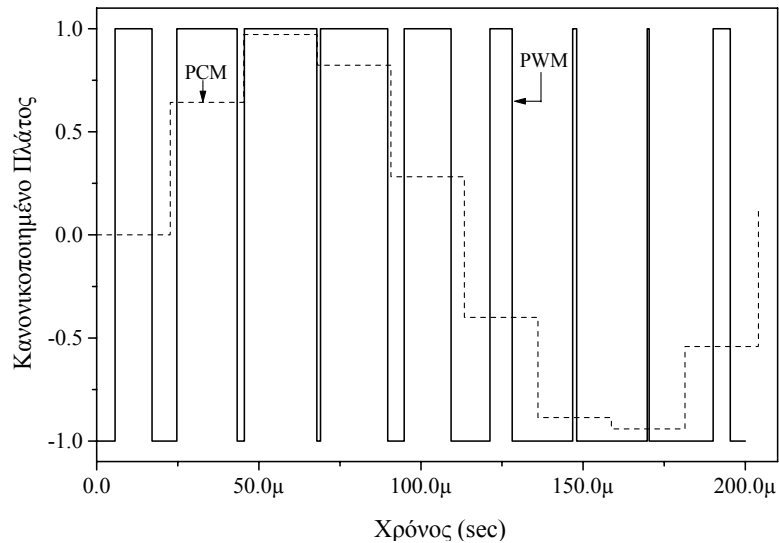
ψηφιακό πεδίο, θα απαιτούσε τη χρήση 2^N βαθμίδων διακοπτικών στοιχείων (μία για κάθε PCM στάθμη), συνδυασμένων μεταξύ τους, κάτι που αυξάνει κατακόρυφα την πολυπλοκότητα και το κόστος τέτοιων υλοποιήσεων. Επιπρόσθετα, τυχόν αριθμητικά σφάλματα κβαντισμού της στάθμης του σήματος που εγγενώς προϋπάρχουν στα PCM δεδομένα, θα ενισχύονται και θα επαυξάνονται από την πολλαπλασιαστική δράση του σταδίου ενίσχυσης.

Για το λόγο αυτό, το PCM σήμα οδηγείται στη βαθμίδα ενός διαμορφωτή, ο οποίος το μετασχηματίζει σε κατάλληλη 1-bit ακολουθία ψηφιακών παλμών (bitstream) υψηλής ταχύτητας (R_{xf} , όπου R ακέραιος). Το παραγόμενο από το διαμορφωτή 1-bit σήμα, τροφοδοτεί κατάλληλα το στάδιο ισχύος του ενισχυτή που τυπικά συνίσταται από μια γέφυρα τύπου-H τεσσάρων διακοπτικών MOSFET στοιχείων (ενισχυτής τάξης D) υψηλής χρονικής ακρίβειας. Ένα επιπλέον πλεονέκτημα της προσέγγισης αυτής είναι η γνωστή [9], [12] ιδιότητα των 1-bit σημάτων, τα οποία για την μετατροπή τους σε αναλογικό σήμα, δεν απαιτούν χρήση Ψηφιακού-σε-Αναλογικό μετατροπέων, αλλά απλού χαμηλοδιαβατού φίλτρου, το οποίο υλοποιείται εύκολα, σε σήμα στάθμης γραμμής, αλλά και στάθμης ισχύος.

Δύο είναι οι κυριότερες προσεγγίσεις σχεδίασης και υλοποίησης συστημάτων ψηφιακής ενίσχυσης, ανάλογα με τον τύπο του 1-bit διαμορφωτή που θα χρησιμοποιηθεί: α) Ψηφιακοί ενισχυτές βασισμένοι στη διαμόρφωση παλμών κατά πλάτος (Pulse Width Modulation, PWM) και β) ενισχυτές διαφορικού διαμορφωτή (τύπου Σ/Δ).

1.1.1 Ψηφιακοί ενισχυτές τύπου PWM

Σε ψηφιακούς ενισχυτές τύπου PWM ο διαμορφωτής κωδικοποιεί την ψηφιακή πληροφορία εισόδου σε παλμούς, των οποίων το χρονικό εύρος, εξαρτάται από την τιμή του δείγματος εισόδου και οι οποίοι στη συνέχεια είναι υπεύθυνοι για τον έλεγχο της κατάστασης των διακοπτικών στοιχείων εξόδου. Μια τυπική κυματομορφή της εξόδου ενός PWM διαμορφωτή φαίνεται στο **Σχήμα 1.4**. Κύριο χαρακτηριστικό της PWM διαμόρφωσης είναι ότι σε κάθε περίοδο δειγματοληψίας του σήματος εισόδου, στην έξοδο του διαμορφωτή εμφανίζεται μόνο ένας PWM παλμός, έχοντας σαν αποτέλεσμα ο ρυθμός επανάληψης παλμών (PRF) να είναι μικρός και ίσος με τη συχνότητα δειγματοληψίας των ψηφιακών δεδομένων εισόδου, γεγονός που αυξάνει κατακόρυφα την απόδοση της ψηφιακής ενίσχυσης [18], καθώς επίσης και καθιστά την PWM λιγότερο ευαίσθητη σε παραμορφώσεις ολίσθησης χρονισμού (jitter) [5], [31] τόσο της ψηφιακής παλμοσειράς, όσο και του σταδίου ισχύος.



Σχήμα 1.4: Τυπική μορφή PCM και PWM κυματομορφής για ημίτονο πλάτους -0.18dB rel. Full Scale, συχνότητας 5kHz .

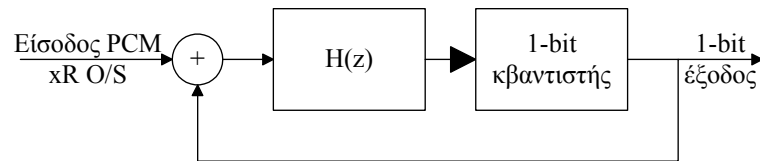
Από την άλλη μεριά, η PWM διαμόρφωση χαρακτηρίζεται από δύο σημαντικά μειονεκτήματα: (α) έντονη μη γραμμική παραμόρφωση, η οποία εκφράζεται μέσω προϊόντων αρμονικής παραμόρφωσης και ενδοδιαμόρφωσης και εξαρτάται από συγκεκριμένες παραμέτρους του PCM σήματος που μετατρέπεται σε PWM ακολουθία παλμών (πλάτος σήματος, συχνотικό περιεχόμενο, συχνότητα δειγματοληψίας) [1] και (β) υψηλές τιμές bit-rate στην έξοδο του διαμορφωτή λόγω της υψηλής χρονικής ανάλυσης με την οποία απαιτείται να εμφανίζονται οι ανερχόμενες και κατερχόμενες παρυφές των PWM παλμών [4].

Από τα δύο παραπάνω προβλήματα το πρώτο αντιμετωπίζεται μερικώς με χρήση τεχνικών υπερδειγματοληψίας (xR) των αρχικών ψηφιακών ηχητικών δεδομένων [19], γεγονός που συνεπάγεται περαιτέρω αύξηση του απαιτούμενου ρυθμού PWM ρολογιού και του PRF κατά R φορές [9]. Η τυπική τιμή παράγοντα υπερδειγματοληψίας που χρησιμοποιείται σε υλοποιήσεις της στάθμης της τεχνικής είναι $R=16$ [20]. Οι πρακτικοί και τεχνολογικοί περιορισμοί επίτευξης τόσο υψηλών ρυθμών για ηχητικές εφαρμογές υψηλής ποιότητας κάνουν, αφενός μεν εξαιρετικά δύσκολη την αναλυτική μελέτη και εκτίμηση των παραμορφώσεων εξαιτίας της μετατροπής PCM σε PWM, αφετέρου δε επιβάλλουν την μελέτη ειδικών τεχνικών μείωσης της παραγόμενης μη γραμμικής παραμόρφωσης, με ταυτόχρονη συγκράτηση των τιμών του PWM ρολογιού σε πρακτικώς υλοποιήσιμα επίπεδα [19], [32], [40]. Το δεύτερο πρόβλημα των υψηλών ρυθμών PWM ρολογιού πρακτικά αντιμετωπίζεται με επανακβαντισμό των αρχικών ψηφιακών δεδομένων (τυπικά σε 8bit), ο οποίος όμως συμπιέζει τη δυναμική περιοχή του υπό ενίσχυση σήματος, αυξάνοντας το

επίπεδο του θορύβου κβαντισμού σε ολόκληρη την περιοχή ακουστών συχνοτήτων. Σε συνδιασμό όμως με την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας και τεχνικών μορφοποίησης θορύβου μπορεί να επιτευχθεί αύξηση της ποιότητας της τελικής ηχητικής αναπαραγωγής [19].

1.1.2 Ψηφιακοί Ενισχυτές τύπου Σ/Δ

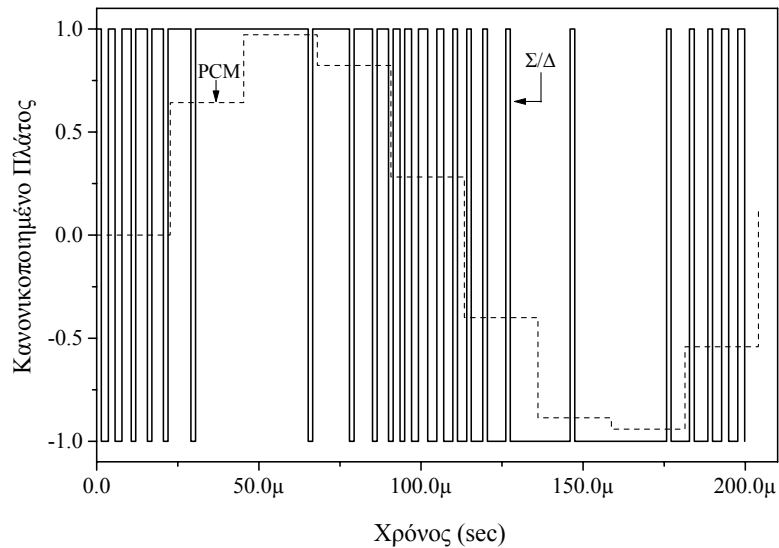
Η διαφορική κωδικοποίηση τύπου Σ/Δ συναντάται ευρύτατα σε ηχητικά συστήματα A/Ψ και Ψ/A μετατροπέων υψηλής ευκρίνειας [9], [14]. Η γενική μορφή ενός Σ/Δ διαμορφωτή (Σχήμα 1.5) περιλαμβάνει έναν 1-bit κβαντιστή, ο οποίος εισάγει υψηλό θόρυβο κβαντισμού. Για την μείωση του θορύβου αυτού, εφαρμόζεται υπερδειγματοληψία παράγοντα R στα ψηφιακά δεδομένα εισόδου, πριν την εφαρμογή τους στην είσοδο του διαμορφωτή, ενώ συγχρόνως το προκύπτον σφάλμα κβαντισμού μορφοποιείται φασματικά μέσω της συνάρτησης $1/(1+H(z))$ που επιλέγεται να είναι υψηλοδιαβατό φίλτρο (τυπικά 3^{ης} τάξης και άνω), ώστε να αποκόπτεται ο θόρυβος κβαντισμού από την ακουστή περιοχή συχνοτήτων με αντάλλαγμα την υψηλή του ενέργεια εκτός αυτής.



Σχήμα 1.5: Γενική μορφή διαφορικού διαμορφωτή τύπου Σ/Δ .

Η έξοδος του Σ/Δ διαμορφωτή (Σχήμα 1.6) είναι μια 1-bit ακολουθία παλμών πλάτους $\pm A$ και συχνότητας Rxf_s , η οποία αποτελεί και το μέγιστο δυνατό ρυθμό επανάληψης παλμών (PRF) που θα οδηγήσει τα διακοπτικά στοιχεία εξόδου [9]. Με δεδομένο ότι ο παράγοντας υπερδειγματοληψίας R πρέπει να είναι αρκετά υψηλός (τυπικά $R=64$ και άνω) ώστε να επιτευχθεί η κατάλληλη δυναμική περιοχή για ηχητική αναπαραγωγή [1], οι πρακτικές τιμές του ρυθμού PRF είναι σημαντικά υψηλότερες σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές σε υλοποιήσεις που βασίζονται στην PWM κωδικοποίηση, καθιστώντας την απόδοση των Σ/Δ ψηφιακών ενισχυτών σημαντικά χαμηλότερη σε σχέση με την απόδοση αντίστοιχων PWM υλοποιήσεων. Επιπλέον, η μη σταθερή τιμή του ρυθμού PRF και ιδιαίτερα η εξάρτησή του από το πλάτος του σήματος εισόδου, (ο PRF μεταβάλλεται κατά ακέραιες τιμές στο διάστημα $[f_s, Rxf_s]$, ενώ είναι ιδιαίτερα υψηλός για γρήγορες μεταβολές τιμές του σήματος εισόδου), δημιουργεί αυξημένη ευαισθησία σε καθυστερήσεις και φαινόμενα jitter, ενώ συγχρόνως παράγει μεταβλητές καθυστερήσεις στους χρόνους έγερσης και πτώσης του σταδίου εξόδου, που συνεπάγονται ακουστές παραμορφώσεις και θόρυβο ενδοδιαμόρφωσης. Διάφορες

ερευνητικές προσπάθειες έχουν εστιάσει κατά καιρούς στα παραπάνω προβλήματα [8], [9], αντιμετωπίζοντάς τα μερικώς με τεχνικές πρόβλεψης και τεχνητής αύξησης του RPF μέσω 1-bit dither σημάτων.



Σχήμα 1.6: Τυπική μορφή PCM και $\times 32$, $1^{\text{ης}}$ τάξης Σ/Δ κυματομορφής για ημίτονο πλάτους $-0.18\text{dB rel. Full Scale}$, συχνότητας 5kHz .

Ένα ακόμα σημαντικό μειονέκτημα των Σ/Δ ψηφιακών ενισχυτών είναι ότι απουσία σήματος εισόδου, η έξοδος του διαμορφωτή δεν είναι μηδενική, λόγω της διαφορικής αρχής λειτουργίας του, με αποτέλεσμα να απαιτούνται ειδικά κυκλώματα διακοπής λειτουργίας του διαμορφωτή. Για όλους τους παραπάνω λόγους, όλες οι προσπάθειες υλοποίησης ψηφιακών ενισχυτών, καθώς και η παρούσα διατριβή, εστιάζουν στη χρήση της PWM διαμόρφωσης και στην επίλυση των προβλημάτων που αυτή συνεπάγεται.

1.2 Γενικά στοιχεία για την PWM διαμόρφωση.

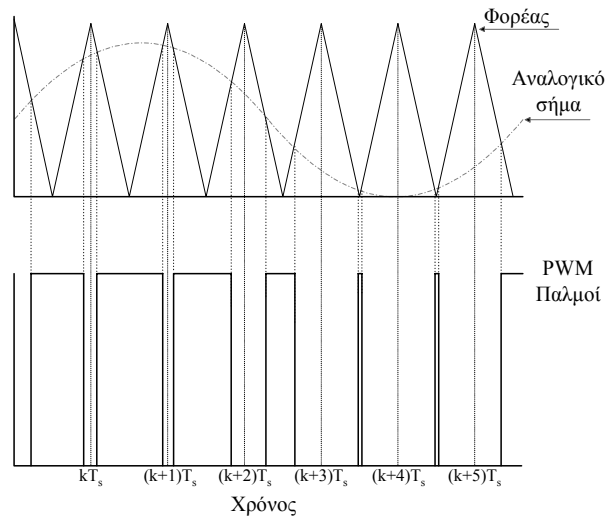
Η πρώτη περιγραφή της διαμόρφωσης παλμών κατά εύρος (Pulse Width Modulation, PWM) δόθηκε το 1937 από τον A. H. Reeves, ο οποίος επίσης διατύπωσε πρώτος τις βασικές αρχές της Παλμοκωδικής (Pulse Code Modulation, PCM) διαμόρφωσης [63–65]. Σε αρκετές βιβλιογραφικές πηγές αναφέρεται και ως διαμόρφωση παλμών κατά διάρκεια (Pulse Duration Modulation, PDM) και αποτελεί μία μορφή χρονικής διαμόρφωσης παλμών.

Πιο συγκεκριμένα, κατά την PWM διαμόρφωση, η πληροφορία του υπό διαμόρφωση σήματος αποθηκεύεται στο χρονικό εύρος των παραγόμενων παλμών στην έξοδο του διαμορφωτή, ή, ισοδύναμα, στη χρονική θέση της ανερχόμενης και κατερχόμενης παρυφής τους (**Σχήμα 1.5**). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αυξημένη απόδοση της PWM (π.χ. μικρό ποσοστό σφαλμάτων μετάδοσης παρουσία θορύβου) συγκριτικά με τη προγενέστερη διαμόρφωση παλμών κατά πλάτος (Pulse Amplitude Modulation, PAM), αντίστοιχη με αυτήν που επιτυγχάνεται με τη χρήση της διαμόρφωσης συχνότητας (Frequency Modulation, FM) σε σχέση με τη διαμόρφωση πλάτους (Amplitude Modulation, AM), ειδικά σε εφαρμογές όπου τα προβλήματα του θορύβου και των παρεμβολών είναι έντονα.

Η PWM διαμόρφωση αρχικά χρησιμοποιήθηκε σε τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές για την μετάδοση/λήψη αναλογικών σημάτων [17]. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή τροφοδοτικών/μετατροπέων ισχύος [55], [56], ενώ, επίσης, απετέλεσε τη βάση για ανάπτυξη εφαρμογών ενίσχυσης ισχύος αναλογικού ηχητικού σήματος (ενισχυτές τάξης D, BD κ.λ.π) [18], [21]. Τα τελευταία χρόνια, όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η PWM αποτελεί το επίκεντρο του ενδιαφέροντος πολλών ερευνητικών προσπαθειών προς την κατεύθυνση υλοποίησης πλήρως ψηφιακών ενισχυτών ηχητικού σήματος [37], [60].

1.2.1 Τύποι PWM διαμόρφωσης.

Παραδοσιακά, η PWM διαμόρφωση υλοποιείται κάνοντας χρήση ενός περιοδικού σήματος αναφοράς ή αλλιώς σήματος φορέα περιόδου T_s , τριγωνικής γενικά κυματομορφής. Το σήμα αυτό συγκρίνεται με το προς διαμόρφωση σήμα (**Σχήμα 1.7**) και τα σημεία τομής τους ορίζουν την ανερχόμενη και κατερχόμενη παρυφή των PWM παλμών. Η τριγωνική μορφή του σήματος φορέα εξασφαλίζει σταθερά δύο τέτοια σημεία τομής ανά περίοδο T_s . Εφόσον το σήμα εισόδου είναι αναλογικό, το εύρος των παραγόμενων PWM παλμών θα εξαρτάται από τις στιγμιαίες τιμές του σήματος εισόδου στα σημεία τομής του με το σήμα φορέα. Λόγω της μη κανονικής αυτής διαδικασίας «δειγματοληψίας» του σήματος εισόδου, σ' αυτήν την περίπτωση, η PWM καλείται στιγμιαίας δειγματοληψίας (Naturally-sampled PWM, NPWM) [55].



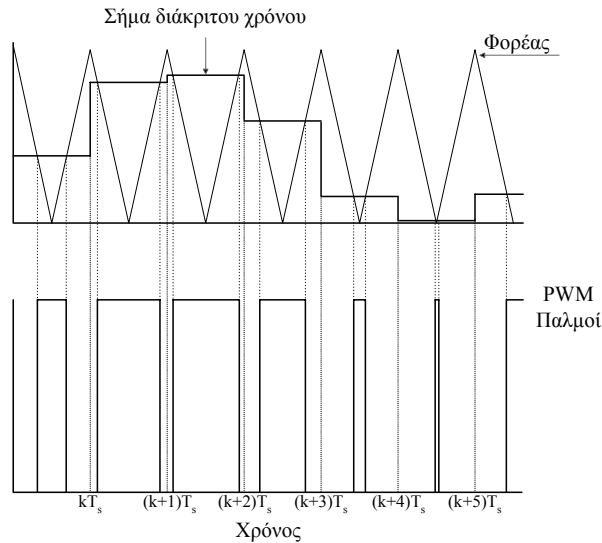
Σχήμα 1.7: Τυπική μετατροπή αναλογικού σήματος σε NPWM ακολουθία παλμών με χρήση σήματος αναφοράς.

Η μορφή του τριγωνικού φορέα καθορίζει το ποιά άκρο των PWM παλμών διαμορφώνεται ανάλογα με την τιμή του σήματος εισόδου. Στη γενικότερη μορφή του **Σχήματος 1.7**, ο φορέας έχει τη μορφή ισόπλευρου τριγώνου, διαμορφώνοντας και τις δύο παρυφές των PWM παλμών. Στην περίπτωση αυτή έχουμε PWM διαμόρφωση δύο άκρων (double-sided PWM). Διαφορετική μορφή του σήματος φορέα (π.χ. ορθογώνιο τρίγωνο) έχει σαν αποτέλεσμα τη διαμόρφωση μιας παρυφής των PWM παλμών (ανερχόμενης ή κατερχόμενης), λαμβάνοντας έτσι τη λεγόμενη PWM διαμόρφωση ενός άκρου (single-sided PWM). Στον **Πίνακα 1.1** συνοψίζονται οι διάφορες μορφές PWM κωδικοποίησης με κριτήριο τη διαμόρφωση των άκρων των παλμών.

Πίνακας 1.1: Τύποι PWM διαμόρφωσης με κριτήριο τη διαμόρφωση των παρυφών

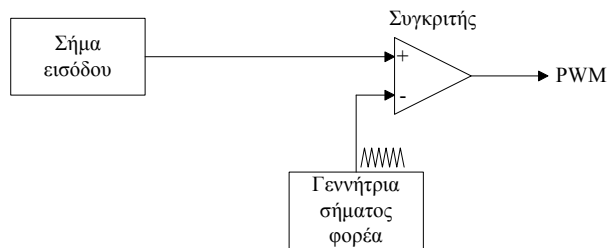
Τύπος PWM	Μορφή φορέα	Μορφή PWM παλμών
Ενός άκρου (ανερχόμενης παρυφής)		
Ενός άκρου (κατερχόμενης παρυφής)		
Δύο άκρων		

Στην περίπτωση όπου το σήμα εισόδου είναι διάκριτου χρόνου (**Σχήμα 1.8**) τα χρονικά σημεία έγερσης και πτώσης των PWM παλμών δεν καθορίζονται από τη στιγμιαία τιμή του σήματος εισόδου, αλλά από την τιμή του που λαμβάνεται με δειγματοληψία σε ίσα χρονικά διαστήματα. Σε αυτήν την περίπτωση η PWM καλείται κανονικής δειγματοληψίας (uniformly-sampled PWM, UPWM), η οποία και πάλι μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε ενός ή δύο άκρων με βάση τα όσα περιγράφηκαν παραπάνω.



Σχήμα 1.8: Τυπική μετατροπή σήματος διάκριτου χρόνου σε UPWM ακολουθία παλμών με χρήση σήματος αναφοράς.

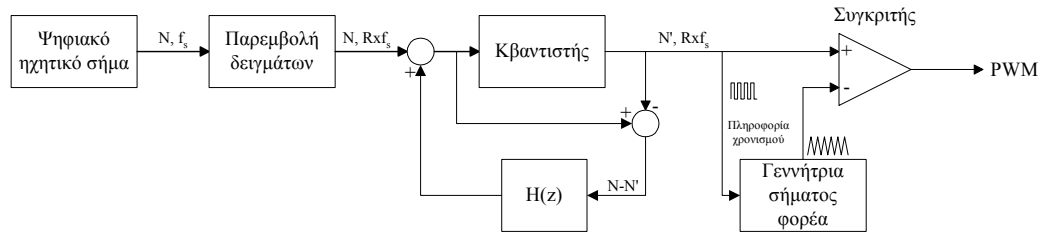
Η τυπική μορφή ενός PWM διαμορφωτή φαίνεται στο **Σχήμα 1.9**. Αποτελείται από μια γεννήτρια του σήματος φορέα και έναν συγκριτή, ο οποίος συγκρίνει τις τιμές του σήματος εισόδου με τις τιμές του σήματος αναφοράς και παράγει στην έξοδό του τους PWM παλμούς που ορίζονται από τις χρονικές στιγμές στις οποίες οι τιμές αυτές είναι ίσες.



Σχήμα 1.9: Τυπική μορφή PWM διαμορφωτή.

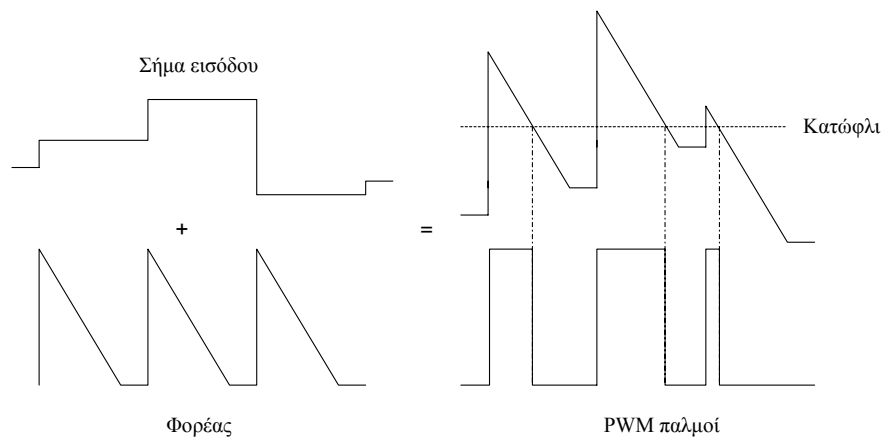
Ειδικά για ψηφιακές ηχητικές εφαρμογές, με δεδομένα τα προβλήματα της PWM διαμόρφωσης, που αναφέρθηκαν συνοπτικά σε προηγούμενη ενότητα και τον τρόπο με τον

οποίο αυτά αντιμετωπίζονται, ένας PWM διαμορφωτής (**Σχήμα 1.10**) περιλαμβάνει εκτός της γεννήτριας του σήματος φορέα και του συγκριτή, μια βαθμίδα υπερδειγματοληψίας των δεδομένων εισόδου κι έναν επανακβαντιστή, συνδυαζόμενο συνήθως με ένα υψηλοδιαβατό βρόχο μορφοποίησης του παραγόμενου θορύβου κβαντισμού.



Σχήμα 1.10: Τυπική μορφή PWM διαμορφωτή για χρήση σε ψηφιακές ηχητικές εφαρμογές.

Μια δεύτερη εναλλακτική, αλλά όχι ιδιαίτερα εφαρμοσμένη, τεχνική υλοποίησης της PWM διαμόρφωσης φαίνεται στο **Σχήμα 1.11**. Στην περίπτωση αυτή, το τριγωνικό σήμα αναφοράς δε συγκρίνεται με το υπό διαμόρφωση σήμα, αλλά αθροίζεται με αυτό και το τελικό σήμα που προκύπτει συγκρίνεται με μια τιμή κατώφλιου, παράγοντας έναν παλμό για όλη τη διάρκεια που είναι μεγαλύτερο από αυτήν.



Σχήμα 1.11: Εναλλακτική μέθοδος PWM διαμόρφωσης με χρήση τιμής κατώφλιου.

1.2.2 Περιγραφή PWM διαμόρφωσης.

Η πρώτη θεωρητική περιγραφή της PWM στηρίχθηκε στη μεθοδολογία που ανέπτυξε ο Bennett [58] για την ανάλυση πολύπλοκων προβλημάτων διαμόρφωσης. Σύμφωνα με την

παραπάνω μέθοδο, η παλμοσειρά στην έξοδο ενός κανονικής δειγματοληψίας, PWM διαμορφωτή ενός άκρου, για σήμα εισόδου μια ημιτονική κυματομορφή, προσεγγίζεται υπό μορφή σειράς Fourier δύο μεταβλητών από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \text{PWM}_{ss}(t) = & k - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(n\pi M\omega_v/\omega_c)}{(n\pi M\omega_v/\omega_c)} \sin\left[n\omega_v t - \frac{2\pi nk\omega_v}{\omega_c} - \frac{n\pi}{2}\right] \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin m\omega_c t - J_0(n\pi M)\sin[m\omega_c t - 2m\pi k]}{m\pi} \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=\pm 1}^{\pm\infty} \frac{J_n[(m\omega_c + n\omega_v)\pi M/\omega_c]}{(m\omega_c + n\omega_v)\pi/\omega_c} \sin\left[(m\omega_c + n\omega_v)\left(t - \frac{2\pi k}{\omega_c}\right) - \frac{n\pi}{2}\right] \end{aligned} \quad (1.2)$$

όπου k είναι ο λόγος για μηδενική είσοδο του εύρους του PWM παλμού εξόδου προς το χρονικό εύρος μεταξύ των κέντρων δύο διαδοχικών παλμών, M το κανονικοποιημένο πλάτος του ημιτονικού σήματος εισόδου (οριζόμενο επίσης και ως δείκτης διαμόρφωσης), ω_c (rad/sec) η συχνότητα επανάληψης των PWM παλμών, ω_v (rad/sec) η κυκλική συχνότητα του σήματος εισόδου και $J_n()$ είναι η n -οστής τάξης συνάρτηση Bessel πρώτου είδους.

Η παραπάνω μαθηματική σχέση, εκτός του ότι αποτελεί την αναλυτική αναπαράσταση της PWM παλμοσειράς στο πεδίο του χρόνου για ημιτονικά σήματα εισόδου, παράλληλα υποδεικνύει και τις κύριες συνιστώσες του φάσματος της PWM παλμοσειράς. Πιο συγκεκριμένα, το φάσμα, εκτός του ημιτονικού όρου του σήματος εισόδου ω_v , αποτελείται επιπλέον από τις αρμονικές του συχνότητες ($n\omega_v$), τις αρμονικές της συχνότητας δειγματοληψίας ($m\omega_c$) και τις συχνότητες ενδοδιαμόρφωσης ($m\omega_c + n\omega_v$), όλες με πλάτη των οποίων οι τιμές εξαρτώνται από το λόγο ω_v/ω_c και το κανονικοποιημένο πλάτος του ημιτονικού σήματος εισόδου.

Η μέθοδος του Bennett μπορεί να εφαρμοσθεί με την ίδια ακρίβεια και για τις υπόλοιπες περιπτώσεις PWM διαμόρφωσης (π.χ. διαμόρφωση δύο άκρων), πάντα όμως μόνο για ημιτονικά σήματα εισόδου, κι όχι για οποιοδήποτε ακουστικό σήμα. Επίσης, δεν μπορεί να εφαρμοσθεί με ακρίβεια σε περιπτώσεις όπου το προς διαμόρφωση σήμα είναι ψηφιακό (δηλαδή κβαντισμένο) με ευκρίνεια κβαντισμού N -bit, παράμετρος η οποία δεν εμφανίζεται στην εξ. (1.2) και είναι εξαιρετικά σημαντική για εφαρμογές ψηφιακού ήχου.

1.3 Πρωτότυπη συμβολή της εργασίας

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας αναπτύχθηκε το αναλυτικό μαθηματικό μοντέλο απεικόνισης PCM ψηφιακών ηχητικών δειγμάτων σε PWM ακολουθία παλμών [4]. Η αναλυτική αυτή έκφραση της PWM μετατροπής, για οποιοδήποτε ηχητικό σήμα και παραμέτρους της μετατροπής, δεν είχε αναφερθεί μέχρι σήμερα βιβλιογραφικά. Η μεθοδολογία που οδήγησε στον αναλυτικό προσδιορισμό της μετατροπής αυτής στηρίχθηκε στον ορισμό της PWM διαμόρφωσης ως 1-bit κωδικοποίησης και είναι γενική, παρέχοντας έτσι τη δυνατότητα αναλυτικής περιγραφής οποιασδήποτε μορφής PWM μετατροπής υπό οποιοδήποτε ηχητικό σήμα εισόδου και για οποιοδήποτε σύνολο παραμέτρων PWM κωδικοποίησης (π.χ. ευκρίνεια κβαντισμού και συχνότητα δειγματοληψίας για την περίπτωση ψηφιακού σήματος εισόδου). Τα βασικά πλεονεκτήματα της προσέγγισης αυτής είναι η ευκολία υλοποίησης της PWM μετατροπής σε πλατφόρμες ψηφιακής επεξεργασίας σήματος, καθώς και η δυνατότητα αναλυτικής μελέτης της απόδοσής της.

Η αναλυτική περιγραφή της PWM διαμόρφωσης πραγματοποιήθηκε όχι μόνο στο πεδίο του χρόνου, αλλά και στο πεδίο της συχνότητας, προσφέροντας έτσι τη δυνατότητα της ερμηνείας της φύσης των PWM παραμορφώσεων καθώς και της αναλυτικής εκτίμησης του μεγέθους τους και της μεταβολής τους συναρτήσει των παραμέτρων μετατροπής και του σήματος εισόδου [2]. Η ακρίβεια που παρέχει η αναπαράσταση αυτή της PWM μετατροπής είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή που μέχρι σήμερα έχει αναφερθεί στη βιβλιογραφία και που ισχύει μόνο για ημιτονικές κυματομορφές [17]. Η αναλυτική αυτή μελέτη συμπληρώθηκε και τεκμηριώθηκε και από αριθμητικά αποτελέσματα που ελήφθησαν για πρώτη φορά, κατά την εφαρμογή τυπικών ηχητικών κυματομορφών σε βαθμίδες υλοποίησης της προτεινόμενης αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM, με χρήση υποκειμενικών και αντικειμενικών κριτηρίων [1], τα οποία κατέδειξαν ότι για αποδεκτή PCM-σε-PWM μετατροπή, οι απαιτούμενοι για υψηλής πιστότητας ηχητική αναπαταγωγή ρυθμοί της 1-bit PWM παλμοσειράς είναι εξαιρετικά υψηλοί (ενδεικτικά της τάξης των GHz) και δύσκολο να επιτευχθούν στην πράξη.

Για την αντιμετώπιση του παραπάνω προβλήματος, αναπτύχθηκε μια πρωτότυπη τεχνική καλούμενη ως «jitter» [5], η οποία επιτυγχάνει πλήρη καταστολή των PWM-παραγόμενων αρμονικών παραμορφώσεων με τελικούς ρυθμούς μετάδοσης της 1-bit PWM παλμοσειράς τουλάχιστον 4 φορές μικρότερους από τους αντίστοιχους ρυθμούς λειτουργίας άλλων τεχνικών. Η jitter τεχνική εφαρμόστηκε στην υλοποίηση ενός PCM-σε-PWM μετατροπέα που υλοποιήθηκε ως η βασική βαθμίδα ενός πλήρως ψηφιακού συστήματος ενίσχυσης ηχητικού σήματος [62], επιτυγχάνοντας τα θεωρητικώς προβλεπόμενα αποτελέσματα.

1.4 Παρουσίαση και δομή της εργασίας

Στα επόμενα κεφάλαια παρουσιάζονται αναλυτικά οι επιμέρους προαναφερθείσες ενότητες που συνθέτουν την πρωτότυπη συμβολή της εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 2 μετά τον ορισμό της PWM διαμόρφωσης ως 1-bit κωδικοποίηση, περιγράφεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την εύρεση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο του χρόνου, ακολουθούμενη από τον αναλυτική περιγραφή της στο πεδίο της συχνότητας.

Στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο 3, κάνοντας χρήση των παραπάνω αναπαραστάσεων, παρουσιάζεται αναλυτικά ο μηχανισμός δημιουργίας και η φύση των PWM παραμορφώσεων, καθώς επίσης εξάγονται οι εξισώσεις που περιγράφουν τη μεταβολή του μεγέθους των παραμορφώσεων συναρτήσει των παραμέτρων της PWM μετατροπής και του υπό διαμόρφωση ψηφιακού σήματος. Επιπλέον, στο Κεφάλαιο αυτό, γίνεται και η θεωρητική περιγραφή της επίδρασης παραμορφώσεων τύπου jitter που ενδεχομένως εμφανίζεται κατά την PCM-σε-PWM μετατροπή.

Στο τέταρτο Κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις κατηγορίες μεθόδων και τεχνικών μείωσης των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων που έχουν αναφερθεί μέχρι στιγμής στη βιβλιογραφία. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται δύο αντίστοιχες τεχνικές που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής: η πρώτη, καλούμενη ως Ασύμμετρη PWM, έχει σαν αποτέλεσμα την μερική μείωση του πλάτους των PWM παραμορφώσεων. Η δεύτερη τεχνική καλείται «jither» και επιτυγχάνει πλήρη καταστολή των παραμορφώσεων, διατηρώντας τον τελικό PWM ρυθμό ρολογιού σε χαμηλά επίπεδα τιμών. Η περιγραφή των τεχνικών αυτών συνοδεύεται από ενδεικτικά παραδείγματα της απόδοσής τους.

Στο πέμπτο Κεφάλαιο παρατίθενται αρχικά αποτελέσματα της εφαρμογής της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM που ελήφθησαν από τη συστηματική πειραματική μετατροπή PCM ηχητικών σημάτων σε PWM ακολουθία παλμών, με στόχο την ποσοτική εκτίμηση των PWM σχετιζόμενων παραμορφώσεων και τον προσδιορισμό των βέλτιστων παραμέτρων μετατροπής με κριτήριο την μη ακουστότητα των παραμορφώσεων. Η μελέτη αυτή επεκτείνεται εν συνεχεία και στην περίπτωση των παραμορφώσεων που οφείλονται στην παρουσία παρεμβολών τύπου jitter, τόσο στο PCM, όσο και στο PWM χρονικό πεδίο. Το Κεφάλαιο αυτό ολοκληρώνεται με την παράθεση αποτελεσμάτων που ελήφθησαν κατά την εφαρμογή της προτεινόμενης jitter διαδικασίας στην PWM μετατροπή, αποδεικνύοντας την

αποδοτικότητα του αλγορίθμου για όλες τις πρακτικές περιπτώσεις μετατροπής και ψηφιακών υπό διαμόρφωση σημάτων.

Στο Κεφάλαιο 6 δίνεται η περιγραφή ενός συστήματος PCM-σε-PWM μετατροπέα που υλοποιήθηκε, βασισμένου στην αναλυτική απεικόνιση PCM-σε-PWM και στη Jithering διαδικασία καταστολής των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων. Ο μετατροπέας αυτός υλοποιήθηκε σε περιβάλλον προγραμματιζόμενου ψηφιακού επεξεργαστή και αποτελεί τον πυρήνα ενός πλήρως ψηφιακού συστήματος ενίσχυσης ισχύος για ηχητικές εφαρμογές.

Τέλος, στο έβδομο Κεφάλαιο συνοψίζονται τα συμπεράσματα που απορρέουν από την μελέτη, ανάπτυξη και αξιολόγηση του συστήματος PCM-σε-PWM μετατροπής και αναδεικνύονται μελλοντικοί ερευνητικοί στόχοι.

Κεφάλαιο 2: Θεωρία ψηφιακής PWM διαμόρφωσης

2.1 Εισαγωγή

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η μέχρι τώρα αναλυτική περιγραφή της PWM διαμόρφωσης αφορούσε μόνο σε ημιτονικές κυματομορφές και στηριζόταν στην αναπαράσταση της PWM ακολουθίας παλμών υπό μορφή απείρων προσθετών. Η προσέγγιση αυτή, ενώ καθιστά δυνατή τη ποιοτική και ποσοτική εκτίμηση των παραμορφώσεων που δημιουργούνται κατά την PWM μετατροπή όταν διαμορφώνεται ένα ημιτονικό σήμα, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την τελική σύνθεση της PWM παλμοσειράς από αναλογικά ή ψηφιακά κυκλώματα.

Στο Κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μια πρωτότυπη μέθοδος αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM, η οποία περιγράφει μαθηματικά και με χρήση απλών εξισώσεων διάκριτου χρόνου την μετατροπή ενός οποιουδήποτε ψηφιακού ηχητικού σήματος κωδικοποιημένου κατά PCM σε PWM ακολουθία παλμών. Αποδεικνύεται ότι η μέθοδος αυτή παράγει ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα στο χρονικό πεδίο με την παραδοσιακή προσέγγιση υλοποίησης της PWM διαμόρφωσης (δηλαδή με τη χρήση σήματος αναφοράς), ενώ συγχρόνως είναι εύκολο να υλοποιηθεί με χρήση ψηφιακών λογικών κυκλωμάτων. Επιπλέον, η αναλυτική αυτή περιγραφή της PWM παλμοσειράς πραγματοποιείται και στο πεδίο της συχνότητας, δίνοντας τη δυνατότητα της εκτίμησης των φασματικών χαρακτηριστικών οποιασδήποτε μορφής PWM διαμόρφωσης με τη μέγιστη διαθέσιμη υπολογιστική ακρίβεια.

Η μεθοδολογία για την εύρεση της αναλυτικής περιγραφής της PCM-σε-PWM απεικόνισης στηρίζεται στη θεώρηση της PWM κωδικοποίησης ως 1-bit σήμα και περιγράφεται στις επόμενες παραγράφους.

2.2 Η PWM διαμόρφωση ως 1-bit σήμα

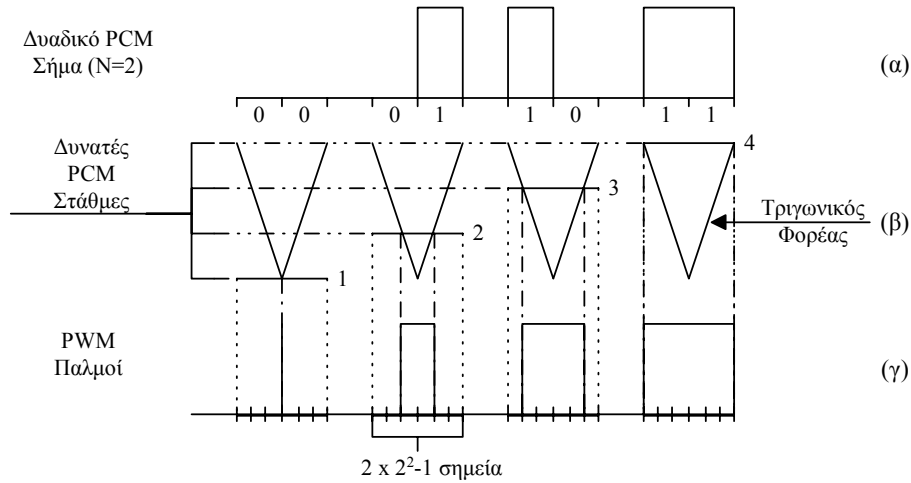
Για την αναλυτική περιγραφή της PWM διαμόρφωσης, είναι χρήσιμο να ξεκινήσουμε από το αναλογικό χρονικό πεδίο, στο οποίο, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 1, οι παρυφές των PWM παλμών καθορίζονται από τα σημεία τομής του υπό διαμόρφωση σήματος και του τριγωνικού σήματος αναφοράς. Στην παρούσα παράγραφο, θα θεωρηθεί η PWM διαμόρφωση κανονικής δειγματοληψίας, δύο άκρων, λόγω της καλύτερης απόδοσης που αυτή επιτυγχάνει κατά την μετατροπή ψηφιακών ηχητικών σημάτων [19], η υπό παρουσίαση όμως μεθοδολογία μπορεί να εφαρμοσθεί εύκολα και σε άλλους τύπους PWM διαμόρφωσης (π.χ. διαμόρφωση ενός άκρου).

Ας θεωρήσουμε ένα διάκριτου χρόνου σήμα εισόδου $s(k)$, συχνότητας δειγματοληψίας f_s (Hz). Όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 1.8** του προηγούμενου Κεφαλαίου, για τη διατήρηση της χρονικής στοίχισης μεταξύ των διάκριτου χρόνου δειγμάτων του σήματος εισόδου και του τριγωνικού σήματος αναφοράς απαιτείται η βασική (θεμελιώδης) συχνότητα του σήματος φορέα να είναι ίση προς f_s . Στην περίπτωση αυτή, σε κάθε περίοδο δειγματοληψίας $T_s=1/f_s$ (sec), το σήμα εισόδου και το σήμα αναφοράς θα τέμνονται σε δύο σημεία, ένα στην αύξουσα κι ένα στη φθίνουσα ημιπερίοδο του φορέα.

Στην πράξη και για τυπικές ψηφιακές ηχητικές εφαρμογές, οι τιμές πλάτους του διάκριτου χρόνου σήματος εισόδου θα είναι κωδικοποιημένες σύμφωνα με την Παλμοκωδική διαμόρφωση (Pulse Code Modulation – PCM) με χρήση N-bit τιμών ψηφιακής αναπαράστασης (ίση με την PCM ευκρίνεια κβαντισμού). Κατ' επέκταση, τα πλάτη του σήματος εισόδου θα αναπαρίστανται από 2^N διάκριτες (κβαντισμένες) τιμές. Η διατήρηση της πληροφορίας των 2^N διαφορετικών δυνατών τιμών πλάτους της PCM κωδικοποίησης μετά την PWM μετατροπή εξασφαλίζεται με τη χρονική διακριτοποίηση του τριγωνικού σήματος αναφοράς και τη δυνατότητα τομής του με το ψηφιακό σήμα εισόδου σε $2 \times 2^N - 1$ ισαπέχοντα χρονικώς σημεία εντός μιας περιόδου δειγματοληψίας T_s , όπου ο παράγοντας 2 εξασφαλίζει τη συμμετρία των (επί του παρόντος θεωρούμενων) δύο άκρων PWM παλμών ως προς το ήμισυ της περιόδου PCM δειγματοληψίας, ενώ ο όρος -1 δηλώνει την απουσία PWM παλμού εντός της περιόδου T_s για σήμα εισόδου ίσο προς την μικρότερη δυνατή PCM στάθμη. Ισοδύναμα, η παραπάνω απαίτηση μπορεί να επιτευχθεί με τη χρονική διακριτοποίηση μιας περιόδου PCM δειγματοληψίας T_s με $2 \times 2^N - 1$ ισαπέχοντα σημεία.

Ένα τυπικό παράδειγμα της χρονικής διακριτοποίησης του PWM χρονικού πεδίου φαίνεται στο **Σχήμα 2.1** για την περίπτωση PCM σήματος με ευκρίνεια κβαντισμού $N=2$, δίνοντας ένα

σύνολο $2^2=4$ δυνατών τιμών πλάτους (σταθμών) PCM σήματος, οι οποίες μετατρέπονται σε PWM ακολουθία παλμών μέσω $2 \times 2^2 - 1 = 7$ ισαπέχοντων χρονικών σημείων εντός μιας περιόδου δειγματοληψίας T_s . Από το παραπάνω Σχήμα, είναι επίσης φανερή η 1 προς 1 αντιστοιχία (mapping) του κβαντισμού πλάτους στο PCM σήμα σε διάκριτα χρονικά εύρη των παραγόμενων 1-bit PWM παλμών, κάτι που μπορεί να θεωρηθεί και ως απευθείας «χρονικός» κβαντισμός (ή αλλιώς κβαντισμός στο πεδίο του χρόνου) της PWM παλμοσειράς.



Σχήμα 2.1: Αντιστοιχία μεταξύ μιας $N=2$ -bit PCM ακολουθίας δειγμάτων και PWM παλμών ορισμένων από $2 \times 2^N - 1$ χρονικά σημεία. (α) δυαδικό PCM σήμα (β) τομή PCM δειγμάτων και τριγωνικού φορέα (γ) προκύπτοντες PWM παλμοί.

Με βάση την παραπάνω ανάλυση, για τη χρονική διακριτοποίηση του τριγωνικού σήματος αναφοράς (βασικής συχνότητας f_s), επιβάλλεται η συχνότητα δειγματοληψίας του να είναι ίση προς f_p (Hz), με $f_p \gg f_s$, με την αντίστοιχη περίοδο δειγματοληψίας T_p (sec) να δίνεται από τη σχέση:

$$T_p = \frac{T_s}{2(2^N - 1)} \quad (2.1)$$

Αυτό σημαίνει ότι, στην πράξη, κάθε PWM παλμός συνίσταται από την πρόσθεση στο πεδίο του χρόνου $2(2^N - 1)$ 1-bit παλμών χρονικής διάρκειας T_p , με την εξ. (2.1) να ορίζει τη χρονική ευκρίνεια της 1-bit παραγόμενης PWM παλμοσειράς.

2.3 Αναλυτική έκφραση της 1-bit PWM παλμοσειράς στο πεδίο του χρόνου

Η αναλυτική έκφραση της PWM παλμοσειράς στο πεδίο του χρόνου μπορεί να προκύψει από την μαθηματική έκφραση της απεικόνισης ενός PCM σήματος $s(k)$ σε 1-bit PWM σήμα της μορφής:

$$\text{PWM}(m)=f[s(k)] \quad (2.2)$$

όπου m ακέραια μεταβλητή διάκριτου χρόνου.

Για τον αναλυτικό προσδιορισμό της συνάρτησης f , ας θεωρήσουμε ως είσοδο σε έναν δύο-άκρων, κανονικής δειγματοληψίας PWM διαμορφωτή ένα PCM σήμα $s(k)$, συχνότητας δειγματοληψίας f_s και ευκρίνειας κβαντισμού N -bit, με πλάτος μεταβαλλόμενο στο διάστημα $[0, S_{\max}]$. Με βάση την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου, για την PCM-σε-PWM μετατροπή, το περιοδικό, διάκριτου χρόνου τριγωνικό σήμα αναφοράς $c(m)$ θα έχει μέγιστο πλάτος ίσο προς S_{\max} , θεμελιώδη περίοδο T_s και περίοδο δειγματοληψίας T_p , όπως αυτή περιγράφεται από την εξ. (2.1), οπότε θα ορίζεται στα χρονικά σημεία mT_p , όπου m ακέραιος αριθμός ορισμένος στο διάστημα $[0, \infty)$. Στην περίπτωση αυτή, εντός κάθε περιόδου PCM δειγματοληψίας T_s , η μία περίοδος του σήματος φορέα $c(n)$ μπορεί να περιγραφεί ως:

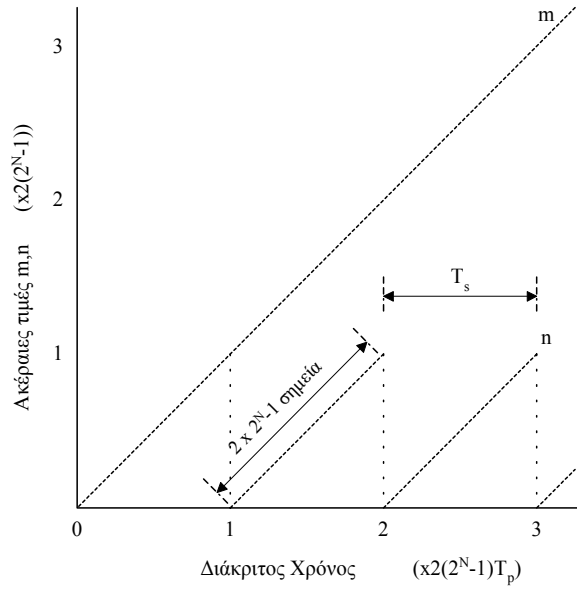
$$c_k(n) = \begin{cases} -S_{\max} \frac{n}{(2^N - 1)} + S_{\max}, & 0 \leq n \leq (2^N - 1) \\ \frac{S_{\max}}{2^N - 1} n - S_{\max}, & (2^N - 1) \leq n \leq 2(2^N - 1) \end{cases} \quad (2.3)$$

όπου $n = m \bmod [2(2^N - 1)] = m - 2(2^N - 1)k$ και nT_p είναι τα χρονικά σημεία ορισμού του διάκριτου χρόνου τριγωνικού σήματος εντός της k -οστής περιόδου δειγματοληψίας T_s , όπως φαίνεται και στο διάγραμμα των χρονικών δεικτών του **Σχήματος 2.2**.

Σύμφωνα με τον αρχικό ορισμό της PWM παλμοσειράς, η ανερχόμενη παρυφή κάθε PWM παλμού που αντιστοιχεί στο k -οστό PCM δείγμα εισόδου θα εμφανίζεται στο χρονικό σημείο $m_{\text{lead},k} = n_{\text{lead}}$, όπου το σήμα αναφοράς και η κυματομορφή εισόδου έχουν την ίδια τιμή κατά το πρώτο ήμισυ της περιόδου δειγματοληψίας, δηλαδή:

$$\left. \begin{aligned} c_k(n_{\text{lead}}) - s(n_{\text{lead}}) &= 0 \\ \text{and } 0 \leq n &\leq (2^N - 1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow -S_{\max} \frac{n_{\text{lead}}}{2^N - 1} + S_{\max} - s(n_{\text{lead}}) = 0 \quad (2.4)$$

$$\Rightarrow n_{\text{lead}} = \frac{[S_{\max} - s(n_{\text{lead}})](2^N - 1)}{S_{\max}}$$



Σχήμα 2.2: Μεταβολή της διάκριτου χρόνου μεταβλητής nT_p εντός κάθε PCM περιόδου δειγματοληψίας T_s .

Για το k -οστό PCM δείγμα επίσης ισχύει ότι (βλ. **Σχήμα 2.2**)

$$s(n_{\text{lead}}) = s(m) = s(k), \quad 2(2^N - 1)k \leq m \leq 2(2^N - 1)(k + 1) \quad (2.5)$$

οπότε, από τις εξ. (2.3) και (2.4) λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} n_{\text{lead}} &= \left\lceil 1 - \frac{s(k)}{S_{\text{max}}} \right\rceil (2^N - 1) \Rightarrow m_{\text{lead},k} = \left\lceil 1 - \frac{s(k)}{S_{\text{max}}} \right\rceil (2^N - 1) + 2k(2^N - 1) \\ &= \left(2k + 1 - \frac{s(k)}{S_{\text{max}}} \right) (2^N - 1) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Κατά παρόμοιο τρόπο, η κατερχόμενη παρυφή του k -οστού PWM παλμού θα συναντάται στο χρονικό σημείο $m_{\text{trail},k} = n_{\text{trail}}$ σύμφωνα με την εξίσωση:

$$\left. \begin{aligned} c_k(n_{\text{trail}}) - s(n_{\text{trail}}) &= 0 \\ \text{and } (2^N - 1) \leq n \leq 2(2^N - 1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{\text{max}}}{2^N - 1} n_{\text{trail}} - S_{\text{max}} - s(n_{\text{trail}}) = 0 \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow n_{\text{trail}} = \frac{[S_{\text{max}} + s(n_{\text{trail}})](2^N - 1)}{S_{\text{max}}}$$

όπου και πάλι, λόγω του ότι για το k -οστό PCM δείγμα ισχύει ότι

$$s(n_{\text{trail}}) = s(m) = s(k), \quad 2(2^N - 1)k \leq m \leq 2(2^N - 1)(k + 1) \quad (2.8)$$

η εξ. (2.7) δίνει:

$$\begin{aligned} n_{\text{trail}} &= \left[1 + \frac{s(k)}{S_{\text{max}}} \right] (2^N - 1) \Rightarrow m_{\text{trail},k} = \left[1 + \frac{s(k)}{S_{\text{max}}} \right] (2^N - 1) + 2k(2^N - 1) \\ &= \left(2k + 1 + \frac{s(k)}{S_{\text{max}}} \right) (2^N - 1) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Από τις εξ. (2.6) και (2.9) συνδυαζόμενες, προκύπτει η διάρκεια και η αναλυτική έκφραση του PWM παλμού που αντιστοιχεί στο k -οστό PCM δείγμα εισόδου, ως

$$\text{PWM}_k(m) = A \left[u(m - m_{\text{lead},k}) - u(m - m_{\text{trail},k}) \right] \quad (2.10)$$

όπου A το πλάτος των PWM παλμών και $u(m)$ η διάκριτου χρόνου βηματική συνάρτηση που ορίζεται ως:

$$u(r) = \begin{cases} 1, & r \geq 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (2.11)$$

Η συνολική ακολουθία PWM παλμών που αντιστοιχεί σε d σε πλήθος ψηφιακά δείγματα εισόδου, μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\text{PWM}(m) = \sum_{k=0}^{d-1} \text{PWM}_k(m) \quad (2.12)$$

και από τις εξ. (2.6), (2.9) και (2.10), η εξ. (2.12) δίνει την αναλυτική περιγραφή της PCM-σε-PWM απεικόνισης στο πεδίο του χρόνου ως:

$$\begin{aligned}
 \text{PWM}(m) &= A \sum_{k=0}^{d-1} \left\{ u \left[m - \left((2k+1)(2^N - 1) - \frac{s(k)}{S_{\max}} (2^N - 1) \right) \right] \right. \\
 &\quad \left. - u \left[m - \left((2k+1)(2^N - 1) + \frac{s(k)}{S_{\max}} (2^N - 1) \right) \right] \right\} \\
 &= A \sum_{k=0}^{d-1} \left\{ u \left[m - (2k+1 - a_k)(2^N - 1) \right] - u \left[m - (2k+1 + a_k)(2^N - 1) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

όπου a_k η κανονικοποιημένη τιμή του σήματος εισόδου $s(k)/S_{\max}$. Η εξ. (2.13) αποτελεί την αναλυτική έκφραση της 1-bit PWM παλμοσειράς, που με δεδομένο ότι η εξ. (2.1) ικανοποιείται, διατηρεί την πληροφορία που περιέχεται στο k -οστό σύμβολο a_k της N -bit PCM κωδικοποίησης.

Η παραπάνω ανάλυση μπορεί εύκολα να εφαρμοσθεί και για άλλους τύπους PWM διαμόρφωσης, ορίζοντας κατάλληλα τις εξισώσεις του τριγωνικού φορέα ανά περίπτωση. Για παράδειγμα, στην περίπτωση PWM κωδικοποίησης τριών επιπέδων ($-A, 0, A$ – PWM τάξης BD), η αναλυτική έκφραση της 1-bit PWM παλμοσειράς στο πεδίο του χρόνου αποδεικνύεται ότι είναι:

$$\text{PWM}_{\text{BD}}(m) = \sum_{k=0}^{d-1} A_k \left[u(m - m_{\text{lead},k}) - u(m - m_{\text{trail},k}) \right] \tag{2.14}$$

όπου

$$A_k = \begin{cases} \frac{s(k)}{|s(k)|} A, & s(k) \neq 0 \\ 0, & s(k) = 0 \end{cases} \tag{2.15}$$

τα πλάτη των PWM παλμών, $s(k)$ το PCM σήμα εισόδου που μεταβάλεται στο διάστημα $[-S_{\max}, S_{\max}]$ και $m_{\text{lead},k}$ και $m_{\text{trail},k}$ οι χρονικοί δείκτες που προσδιορίζουν την ανερχόμενη και κατερχόμενη παρυφή κάθε παλμού συναρτήσει του σήματος εισόδου $s(k)$ και που δίνονται από τη σχέση:

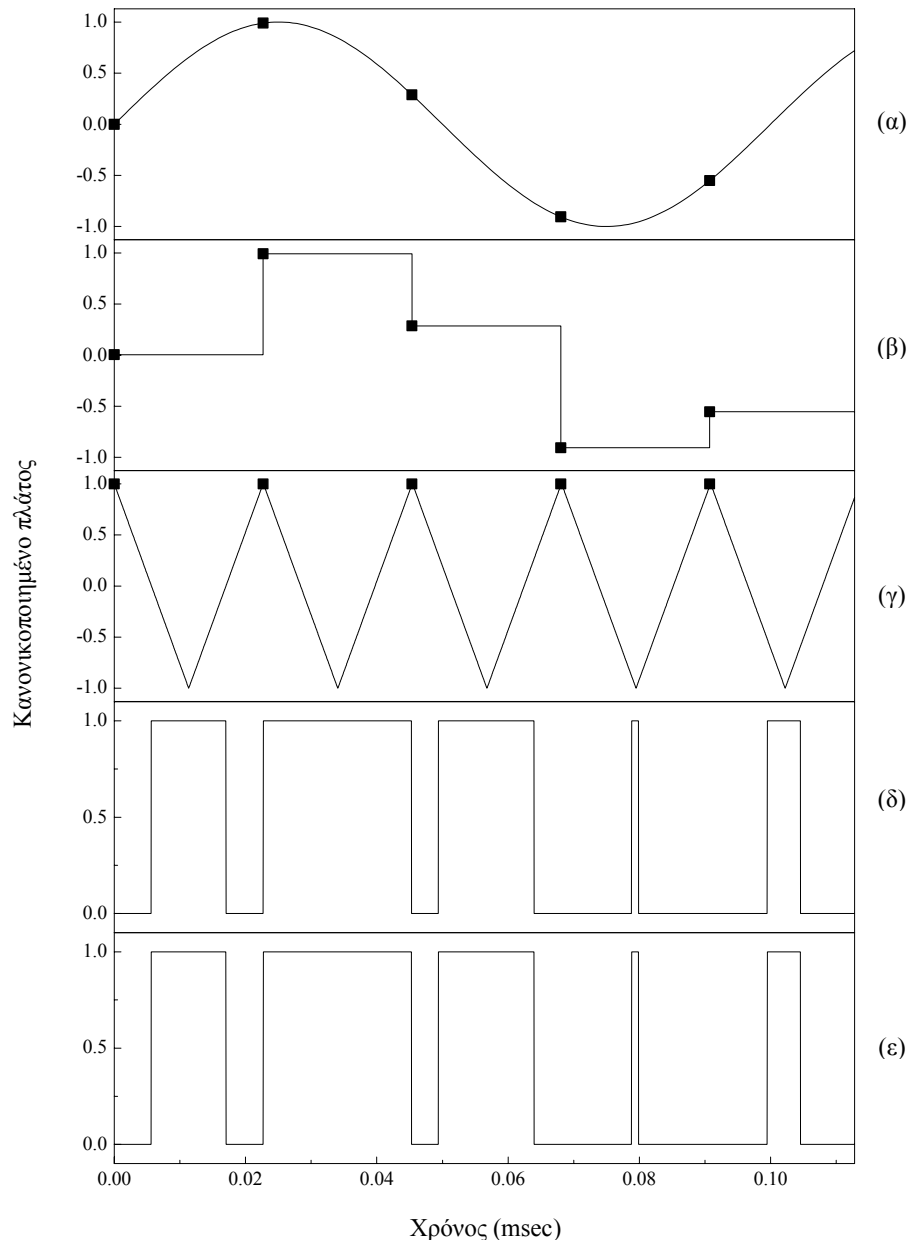
$$\begin{aligned}
 m_{\text{lead},k} &= (2k+1 - |a_k|)2^{N-1} \\
 m_{\text{trail},k} &= (2k+1 + |a_k|)2^{N-1}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

2.3.1 Παράδειγμα απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο του χρόνου

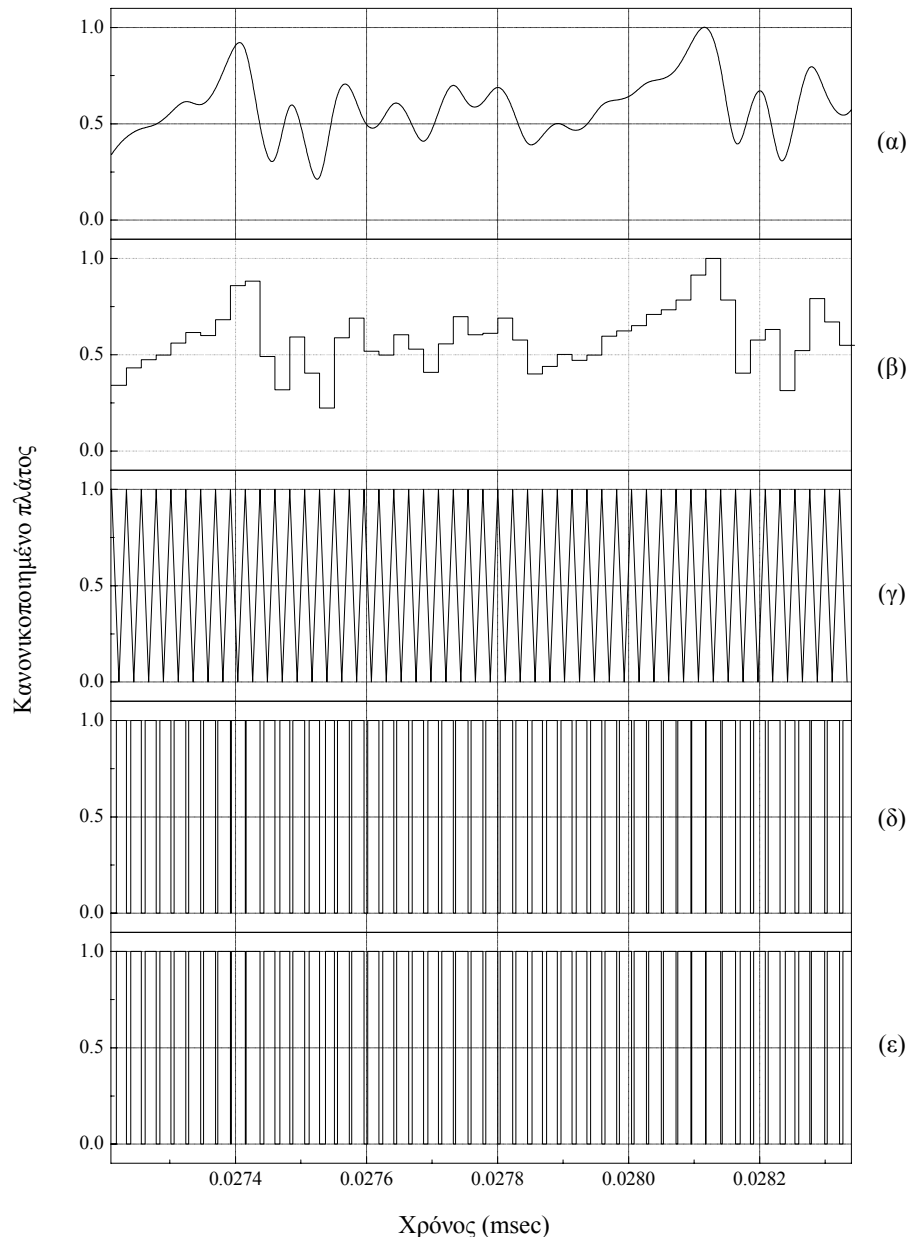
Στην παράγραφο αυτή είναι σκόπιμο να δοθεί ένα παράδειγμα εφαρμογής της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο του χρόνου που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, και η προκύπτουσα PWM κυματομορφή να συγκριθεί με την PWM παλμοσειρά που προκύπτει από την παραδοσιακή υλοποίηση της PWM μετατροπής που κάνει χρήση του τριγωνικού σήματος αναφοράς.

Ας θεωρήσουμε μια τυπική PCM ημιτονική κυματομορφή βασικής συχνότητας $f_{\text{input}}=1\text{kHz}$, συχνότητας δειγματοληψίας $f_s=44.1\text{kHz}$ και ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$ σαν είσοδο σε έναν PWM μετατροπέα που υλοποιείται κάνοντας χρήση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM της εξ. (2.13). Στο **Σχήμα 2.3** απεικονίζεται το αρχικό αναλογικό σήμα (**Σχήμα 2.3(α)**) και η PCM αναπαράστασή του (**Σχήμα 2.3(β)**). Το τριγωνικό σήμα αναφοράς διάκριτου χρόνου που χρησιμοποιείται σε τυπικές υλοποιήσεις PWM διαμορφωτών απεικονίζεται στο **Σχήμα 2.3(γ)** και έχει συχνότητα δειγματοληψίας $f_p=5.78\text{GHz}$. Η PWM παλμοσειρά που προκύπτει από τα σημεία τομής του PCM σήματος εισόδου και του σήματος αναφοράς δείχνεται στο **Σχήμα 2.3(δ)**, ενώ στο **Σχήμα 2.3(ε)** απεικονίζεται η αντίστοιχη 1-bit PWM παλμοσειρά που υπολογίστηκε με βάση την εξίσωση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM.

Από το **Σχήμα 2.3** είναι προφανές ότι και οι δύο μέθοδοι παράγουν ακριβώς την ίδια διαδοχή PWM παλμών, η οποία βρέθηκε να είναι και αριθμητικά ίδια μέσα στο εύρος τιμών διπλής ακρίβειας ενός τυπικού υπολογιστή. Η ίδια παρατήρηση ισχύει και στην περίπτωση οποιασδήποτε ηχητικής κυματομορφής, κάτι που φαίνεται στο **Σχήμα 2.4**, όπου συγκρίνεται η PWM παλμοσειρά που προκύπτει από την παραδοσιακή υλοποίηση της PWM διαμόρφωσης με την αντίστοιχη που παράγεται από την αναλυτική απεικόνιση PCM-σε-PWM, για μια τυπική ηχητική ηχογράφιση. Όπως όμως φαίνεται από την εξίσωση (2.13), η αναλυτική προσέγγιση έχει το επιπλέον πλεονέκτημα της απλούστερης υλοποίησης σε Ψηφιακούς Επεξεργαστές (Digital Signal Processors, DSPs).



Σχήμα 2.3: Σύγκριση της παραγόμενης από την παραδοσιακή προσέγγιση και την αναλυτική μέθοδο PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα εισόδου ($f_{input}=1\text{kHz}$, $M=0.98$, $f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$). (α) Διάκριτου χρόνου σήμα εισόδου (β) PCM αναπαράσταση σήματος εισόδου (γ) Τριγωνικό σήμα αναφοράς ($f_p=5.78\text{GHz}$) (δ) προκύπτουσα από την παραδοσιακή προσέγγιση PWM παλμοσειρά (ε) προκύπτουσα από την αναλυτική μέθοδο PWM παλμοσειρά.



Σχήμα 2.4: Σύγκριση της παραγόμενης από την παραδοσιακή προσέγγιση και την αναλυτική μέθοδο PWM παλμοσειράς για τυπικό ηχητικό σήμα ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$). (α) Διάκριτου χρόνου σήμα εισόδου (β) PCM αναπαράσταση σήματος εισόδου (γ) Τριγωνικό σήμα αναφοράς ($f_p=5.78\text{GHz}$) (δ) προκύπτουσα από την παραδοσιακή προσέγγιση PWM παλμοσειρά (ε) προκύπτουσα από την αναλυτική μέθοδο PWM παλμοσειρά.

2.4 Αναλυτική έκφραση της 1-bit PWM παλμοσειράς στο πεδίο της συχνότητας

Η αναλυτική περιγραφή της διάκριτου χρόνου PWM παλμοσειράς της προηγούμενης παραγράφου (εξ. (2.13)), μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον αριθμητικό υπολογισμό του φασματικού περιεχομένου της PWM κυματομορφής μέσω ρουτινών γρήγορου μετασχηματισμού Fourier (Fast Fourier Transform, FFT). Εντούτοις, λόγω του υπερβολικά μεγάλου πλήθους δεδομένων εισόδου (για κάθε δείγμα PCM λαμβάνουμε $2 \times (2^N - 1)$ PWM ψηφιακά δείγματα), τέτοιοι αριθμητικοί υπολογισμοί είναι εξαιρετικά χρονοβόροι έως και πρακτικά αδύνατοι. Για το λόγο αυτό, είναι επιθυμητή η εξαγωγή της αναλυτικής φασματικής έκφρασης της PWM παλμοσειράς από τους συντελεστές Fourier της συνάρτησης PWM(m).

Σύμφωνα με τη θεωρία των σειρών Fourier, η εύρεση αυτή των συντελεστών Fourier της συνάρτησης PWM(m) μπορεί να λάβει χώρα υπό κάποιες συνθήκες (οι οποίες όμως μπορούν να εφαρμοσθούν στην περίπτωση οποιουδήποτε ψηφιακού ηχητικού σήματος, χωρίς ανατροπή της γενικότητας), αρχίζοντας από τον περιορισμό ότι το N-bit PCM σήμα εισόδου είναι πεπερασμένης διάρκειας, έστω ορισμένο στο χρονικό διάστημα $[0, T_0]$. Σε αυτήν την περίπτωση [44], [45] υπάρχει ένας μη μηδενικός ακέραιος αριθμός d που ικανοποιεί τη συνθήκη:

$$dT_s = T_0 \quad (2.17)$$

Στην παραπάνω περίπτωση, η ακολουθία των διάκριτου χρόνου δειγμάτων εισόδου $s(k)$ μπορεί να θεωρηθεί περιοδική με περίοδο ίση προς T_0 , δηλαδή

$$s(k) = \sum_{i=0}^{\infty} s(k + iT_0) = \sum_{i=0}^{\infty} s[k + i(dT_s)] \quad (2.18)$$

όπου i ακέραιος, οπότε, με βάση την εξ. (2.13) της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM, η διάκριτου χρόνου συνάρτηση PWM(m) θα είναι επίσης περιοδική. Με δεδομένο ότι:

$$f_o = \frac{1}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{1}{f_o} \Rightarrow dT_s = \frac{1}{f_o} \Rightarrow d \frac{1}{f_s} = \frac{1}{f_o} \Rightarrow f_s = df_o \quad (2.19)$$

η περιοδική ακολουθία PWM(m) μπορεί να αναπαρασταθεί υπό μορφή σειράς Fourier ως:

$$PWM(m) = \sum_{k=0}^{d-1} PWM_k(m) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left[\alpha_{\lambda} \cos\left(\frac{2\pi \lambda m}{2(2^N - 1)d}\right) + b_{\lambda} \sin\left(\frac{2\pi \lambda m}{2(2^N - 1)d}\right) \right] \quad (2.20)$$

όπου

$$\begin{aligned} \alpha_\lambda &= \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \text{PWM}(m) \cos\left(\frac{2\pi \lambda m}{2(2^N - 1)d}\right) \\ b_\lambda &= \frac{2}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \text{PWM}(m) \sin\left(\frac{2\pi \lambda m}{2(2^N - 1)d}\right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

είναι οι συντελεστές σειρών Fourier και $M=2(2^N-1)d$.

Εν συνεχεία, μπορεί να θεωρηθεί ότι για υψηλής ποιότητας ηχητικές εφαρμογές (π.χ. $N=16$) η περίοδος δειγματοληψίας του σήματος αναφοράς T_p είναι αρκετά μικρή, οπότε τα αθροίσματα στην εξ. (2.21) μπορούν να αντικατασταθούν από ολοκληρώματα και η διάκριτου χρόνου μεταβλητή mT_p να γίνει συνεχής, οπότε η εξ. (2.21) δίνει:

$$\begin{aligned} \alpha_\lambda &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} \text{pwm}(t) \cos(2\pi f_0 \lambda t) dt \\ b_\lambda &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} \text{pwm}(t) \sin(2\pi f_0 \lambda t) dt \end{aligned} \quad (2.22)$$

Στην περίπτωση αυτή, ο λ -οστός συντελεστής Fourier εκφράζεται ως το άθροισμα d στον αριθμό ολοκληρωμάτων, των οποίων τα όρια ολοκλήρωσης εξαρτώνται από τη χρονική στιγμή έγερσης και πτώσης των PWM παλμών (εξ. (2.6) και (2.9) αντίστοιχα), ή, ισοδύναμα, από τη διάρκειά τους, δηλαδή:

$$\begin{aligned} \alpha_\lambda &= \frac{2}{T_0} \left[\int_{m_{\text{lead},0} T_p}^{m_{\text{trail},0} T_p} A \cos(2\pi f_0 \lambda t) dt + \dots + \int_{m_{\text{lead},(d-1)} T_p}^{m_{\text{trail},(d-1)} T_p} A \cos(2\pi f_0 \lambda t) dt \right] \\ &= \frac{2A}{T_0} \sum_{k=0}^{d-1} \int_{m_{\text{lead},k} T_p}^{m_{\text{trail},k} T_p} \cos(2\pi f_0 \lambda t) dt \end{aligned} \quad (2.23)$$

και

$$\begin{aligned} b_\lambda &= \frac{2}{T_0} \left[\int_{m_{\text{lead},0} T_p}^{m_{\text{trail},0} T_p} A \sin(2\pi f_0 \lambda t) dt + \dots + \int_{m_{\text{lead},(d-1)} T_p}^{m_{\text{trail},(d-1)} T_p} A \sin(2\pi f_0 \lambda t) dt \right] \\ &= \frac{2A}{T_0} \sum_{k=0}^{d-1} \int_{m_{\text{lead},k} T_p}^{m_{\text{trail},k} T_p} \sin(2\pi f_0 \lambda t) dt \end{aligned} \quad (2.24)$$

Από τις εξισώσεις (2.6), και (2.23), με δεδομένο ότι $f_s = df_0$ προκύπτει

$$\alpha_\lambda = \frac{A}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} [\sin(2\pi f_0 \lambda t)]_{m_{\text{trail},k} T_p}^{m_{\text{lead},k} T_p} = \frac{A}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \left\{ \sin \left[\frac{\pi\lambda}{d} (2k+1+a_k) \right] - \sin \left[\frac{\pi\lambda}{d} (2k+1-a_k) \right] \right\} \quad (2.25)$$

και αντικαθιστώντας με $\sin l = \frac{e^{jl} - e^{-jl}}{2j}$, η εξ. (2.25) γίνεται:

$$\begin{aligned} \alpha_\lambda &= \frac{A}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \frac{e^{j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1+a_k)} - e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1+a_k)} - e^{j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1-a_k)} + e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1-a_k)}}{2j} = \\ &= \frac{A}{\pi\lambda} \sum_{k=1}^{d-1} \frac{e^{j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} e^{j\frac{\pi\lambda}{d}a_k} - e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}a_k} - e^{j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}a_k} + e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} e^{j\frac{\pi\lambda}{d}a_k}}{2j} = \\ &= \frac{A}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \frac{2 \left[e^{j\frac{\pi\lambda}{d}a_k} - e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}a_k} \right] \left[e^{j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} + e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} \right]}{2 * 2j} = \\ &= \frac{2A}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \sin \left(\frac{\pi\lambda}{d} a_k \right) \cos \left(\frac{\pi\lambda}{d} (2k+1) \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Ομοίως αποδεικνύεται ότι οι συντελεστές Fourier b_λ υπολογίζονται από τη σχέση:

$$b_\lambda = \frac{2A}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \sin \left(\frac{\pi\lambda}{d} a_k \right) \sin \left(\frac{\pi\lambda}{d} (2k+1) \right) \quad (2.27)$$

με το συντελεστή α_0 να υπολογίζεται κατευθείαν από την εξ. (2.21) για $\lambda=0$ ως:

$$\alpha_0 = \frac{2A}{T_0} \sum_{k=0}^{d-1} [m_{\text{trail},k} T_p - m_{\text{lead},k} T_p] = \frac{2A}{T_0} \sum_{k=0}^{d-1} \alpha_k T_s = \frac{2A}{d} \sum_{k=0}^{d-1} \alpha_k \quad (2.28)$$

και $b_0=0$.

Για την εύρεση της εκθετικής μορφής του φάσματος της PWM παλμοσειράς είναι γνωστό [4] ότι οι συντελεστές της σειράς Fourier της περιοδικής συνάρτησης $pwm(t)$ σχετίζονται με τον μετασχηματισμό Fourier της μίας περιόδου της $pwm(t) = pwm(t)[u(t)-u(t-T_0)]$ μέσω της σχέσης:

$$\frac{1}{2}(\alpha_\lambda - jb_\lambda) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \text{pwm}(t) e^{-j2\pi\lambda t} dt = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\text{pwm}}(t) e^{-j2\pi\lambda t} dt \quad (2.29)$$

από όπου με βάση τις εξ. (2.26), (2.27) και (2.28) προκύπτει ότι η αναλυτική απεικόνιση της PWM παλμοσειράς στο πεδίο της συχνότητας σε εκθετική μορφή είναι:

$$c_\lambda^{\text{PWM}} = \begin{cases} \frac{Ad}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \sin\left(\frac{\pi\lambda}{d} a_k\right) e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)}, & \lambda \neq 0 \\ A \sum_{k=0}^{d-1} a_k, & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

Η παραπάνω μεθοδολογία ανάπτυξης της συνάρτησης PWM(m) σε σειρές Fourier, μπορεί να εφαρμοσθεί και σε περιπτώσεις διαφορετικών τύπων PWM διαμόρφωσης, όπως για παράδειγμα στην PWM διαμόρφωση τριών τιμών (τάξης BD) της οποίας η αναλυτική περιγραφή στο πεδίο του χρόνου δίνεται από την εξ. (2.14). Στην περίπτωση αυτή, το προκύπτον φάσμα της 1-bit παλμοσειράς σε εκθετική μορφή αποδεικνύεται ότι είναι:

$$c_\lambda^{\text{PWM}_{\text{BD}}} = \begin{cases} \frac{d}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} A_k \sin\left(\frac{\pi\lambda}{d} |a_k|\right) e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)}, & \lambda \neq 0 \\ \sum_{k=0}^{d-1} A_k |a_k|, & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

2.4.1 Παράδειγμα απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο της συχνότητας

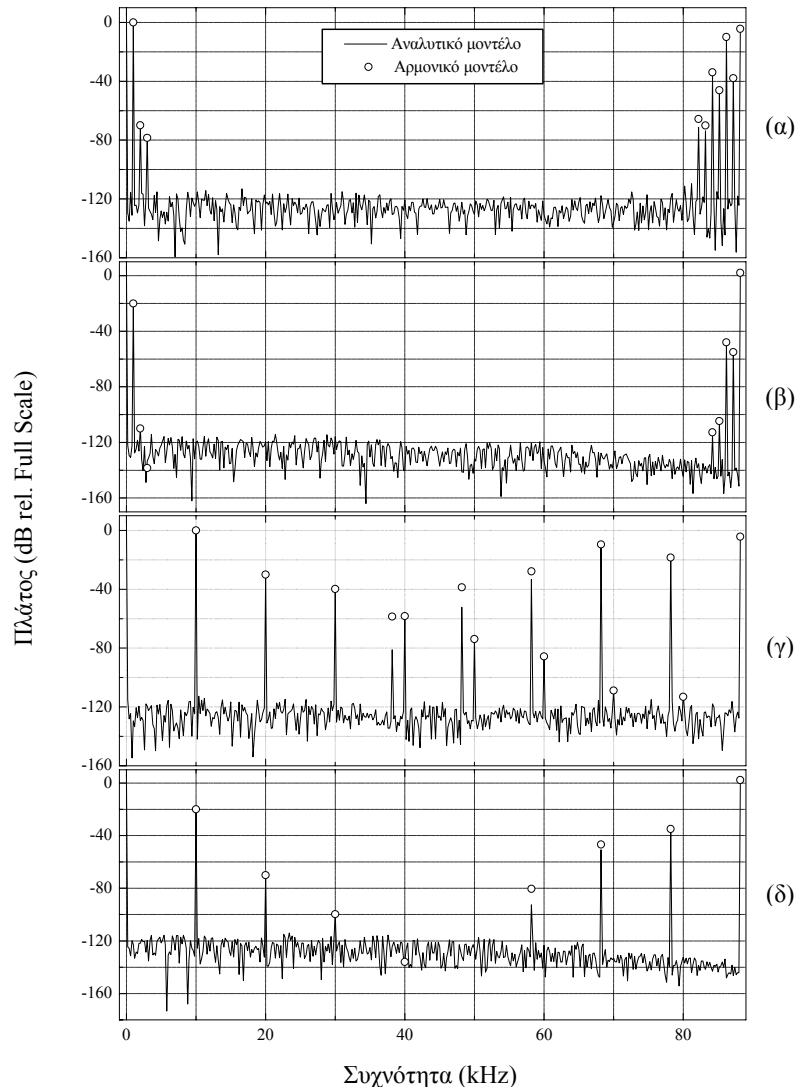
Η ακρίβεια της αναλυτικής αναπαράστασης της PWM μετατροπής στο πεδίο της συχνότητας μπορεί ελεγχθεί συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από την εξ. (2.30) με τα αποτελέσματα που παράγονται από τη μαθηματική συχνοτική περιγραφή της PWM του Bennett [50] (στο εξής αναφερόμενη ως αρμονικό μοντέλο) που αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα και η οποία για την κανονικής δειγματοληψίας, δύο άκρων PWM, είναι αυτή που φαίνεται στον **Πίνακα 2.1** [41]. Σημειώνεται ότι, επειδή το αρμονικό μοντέλο εφαρμόζεται μόνο για ημιτονικά σήματα, για το λόγο αυτό η σύγκριση θα περιοριστεί μόνο σε αυτήν την κατηγορία σημάτων.

Πίνακας 2.1: Εξισώσεις για τον υπολογισμό της φασματικής απεικόνισης της PWM παλμοσειράς με βάση το αρμονικό μοντέλο του Bennett

Φασματική Συνιστώσα	Πλάτος
i-οστή αρμονική συχνότητας εισόδου	$\frac{J_i\left(i\pi\frac{M}{2}q\right)}{i\pi q}\sin\left((q+1)\frac{i\pi}{2}\right)$
j-οστή αρμονική συχνότητας δειγματοληψίας	$\frac{J_0\left(j\pi\frac{M}{2}\right)}{j\pi}\cos\left(\frac{j\pi}{2}\right)$
Συνιστώσες ενδοδιαμόρφωσης ($if_s \pm jf_{input}$)	$\frac{J_i\left((iq+j)\frac{\pi M}{2}\right)}{(iq+j)\pi}\sin\left((j+i(1+q))\frac{\pi}{2}\right)$

Στον Πίνακα αυτό ως q έχει οριστεί ο λόγος της συχνότητας του ημιτονικού σήματος εισόδου προς τη συχνότητα δειγματοληψίας, $q=f_{input}/f_s$.

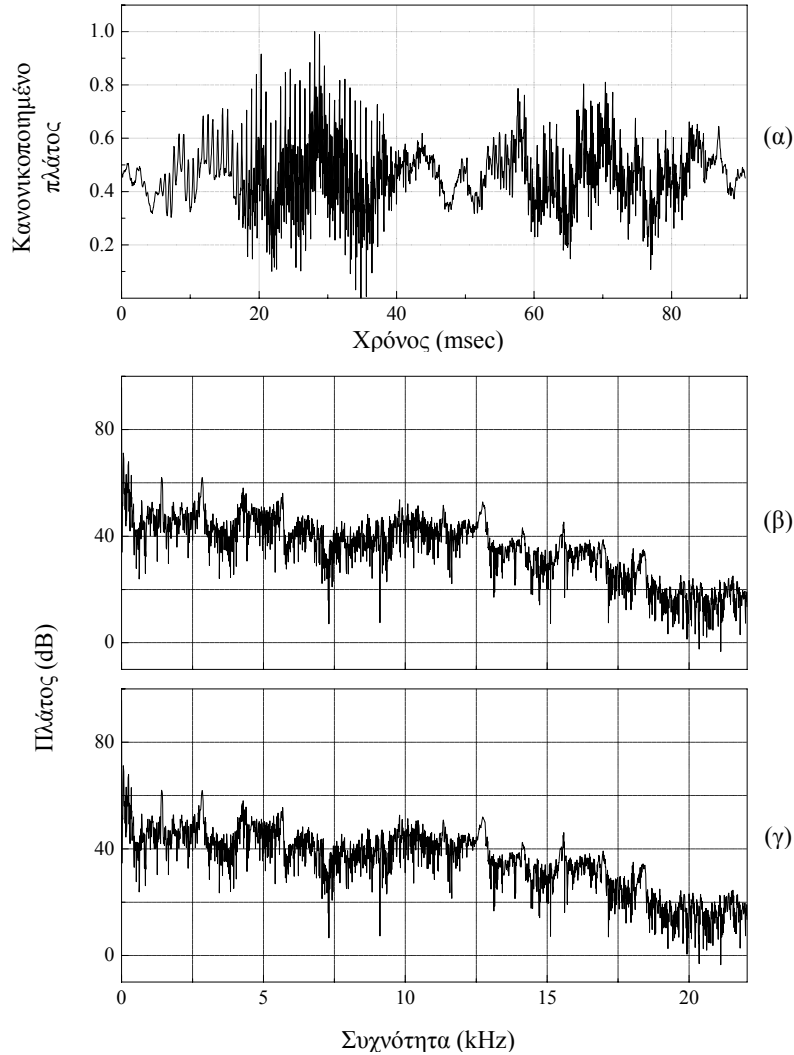
Ας θεωρήσουμε δύο ημιτονικές κυματομορφές βασικής συχνότητας 1kHz και 10kHz αντιστοίχα, πλάτους 0dB-FS και -20dB-FS, με συχνότητα δειγματοληψίας $f_s=2 \times 44.1\text{kHz}=88.2\text{kHz}$, και ευκρίνεια κβαντισμού $N=16\text{bit}$. Στο **Σχήμα 2.5** απεικονίζονται τα αντίστοιχα φάσματα που παράγονται κατά την PWM μετατροπή, υπολογισμένα από την αναλυτική μέθοδο (εξ. (2.30)) και το αρμονικό μοντέλο. Από το Σχήμα αυτό φαίνεται ότι οι δύο μέθοδοι παράγουν σχεδόν όμοια αποτελέσματα όσον αφορά στα πλάτη των άρτιων και περιττών αρμονικών του σήματος εισόδου (με εύρος διακύμανσης μικρότερο του 0.5dB). Η διαφορά αυτή όμως γίνεται μεγαλύτερη στις προκύπτουσες τιμές πλάτους των προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης, η οποία όμως μικραίνει για συχνότητες κοντά στη συχνότητα f_s . Το γεγονός αυτό μπορεί να εξηγηθεί παρατηρώντας τις εξισώσεις στον Πίνακα 2.1 που υλοποιούν το αρμονικό μοντέλο. Ο ακριβής υπολογισμός των προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης απαιτεί διαδοχικούς υπολογισμούς ενός άπειρου αριθμού συνδιασμών ακέραιων δεικτών i και j , τα αποτελέσματα των οποίων αθροίζονται για την ακριβή παραγωγή των τιμών πλάτους των προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης. Για συχνότητες κοντά στην περιοχή της συχνότητας f_s , τα χαμηλής τάξης (δηλαδή για μικρές τιμές ακεραίων i, j) προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης είναι κυρίαρχα, οπότε οι τελικές τιμές πλάτους τους προσεγγίζονται με καλύτερη ακρίβεια από το αρμονικό μοντέλο. Αξίζει να σημειωθεί ότι το πρόβλημα αυτό δεν παρουσιάζεται στην περίπτωση του προτεινόμενου αναλυτικού μοντέλου, το οποίο μπορεί και υπολογίζει με ακρίβεια τόσο τα πλάτη των αρμονικών, όσο και τα προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης και μάλιστα σε πεπερασμένο αριθμό υπολογισμών, υπολογίζοντας συγχρόνως και τη στάθμη του θορύβου κβαντισμού, όπως αυτή διαμορφώνεται από την ευκρίνεια κβαντισμού N της PWM μετατροπής.



Σχήμα 2.5: Σύγκριση του PWM φάσματος που παράγεται από το αναλυτικό μοντέλο και το αρμονικό μοντέλο για ημιτονική είσοδο ($f_s=88.2\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$). (α) Φάσμα για 0dB-FS σήμα εισόδου και $f_{\text{input}}=1\text{kHz}$ (β) Φάσμα για -20dB-FS σήμα εισόδου και $f_{\text{input}}=1\text{kHz}$ (γ) Φάσμα για 0dB-FS σήμα εισόδου και $f_{\text{input}}=10\text{kHz}$ (δ) Φάσμα για -20dB-FS σήμα εισόδου και $f_{\text{input}}=10\text{kHz}$.

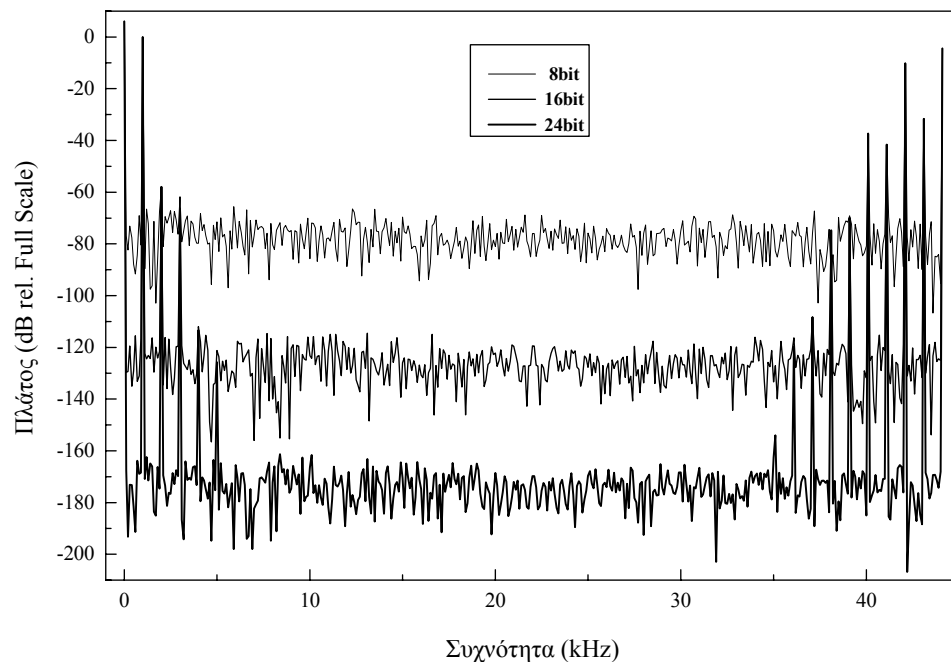
Στην πράξη λοιπόν, ενώ το αρμονικό μοντέλο περιορίζεται στην εκτίμηση του φασματικού περιεχομένου ημιτονικών μόνο κυματομορφών σε διάκριτες συχνότητες, το αναλυτικό μοντέλο μπορεί να εφαρμοσθεί για την PWM φασματική απεικόνιση οποιουδήποτε ηχητικού σήματος (Σχήμα 2.6), όπως ακριβώς συμβαίνει και στο πεδίο του χρόνου. Στο συγκεκριμένο Σχήμα, το αρχικό PCM ηχητικό υλικό (συχνότητας δειγματοληψίας $f_s=44.1\text{kHz}$ και ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$ – Σχήμα 2.6(α)) μετατράπηκε σε PWM παλμοσειρά η οποία,

μέσω ενός χαμηλοδιαβατού φίλτρου συχνότητας αποκοπής 22.05kHz και με υπολογισμό Γρήγορου Μετασχηματισμού Fourier (FFT), παρήγαγε την αντίστοιχη PWM φασματική απεικόνιση του **Σχήματος 2.6(β)**. Επίσης, η αρχική PCM κυματομορφή αποτέλεσε την είσοδο στο αναλυτικό μοντέλο απεικόνισης PCM-σε-PWM, όπως αυτό περιγράφεται από την εξίσωση (2.30), υπολογίζοντας έτσι το φασματικό περιεχόμενο της PWM παλμοσειράς (**Σχήμα 2.6(γ)**). Συγκρίνοντας τα Σχήματα 2.6(β) και (γ) προκύπτει ότι και οι δύο μέθοδοι παράγουν ταυτόσημες απεικονίσεις της PWM μετατροπής στο πεδίο της συχνότητας.



Σχήμα 2.6: Σύγκριση του PWM φάσματος που παράγεται από το αναλυτικό μοντέλο και από την υλοποίηση της PWM μετατροπής με χρήση τριγωνικού φορέα μέσω FFT για τμήμα τυπικού ηχητικού υλικού ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$) (α) απεικόνιση PCM κυματομορφής (β) Φάσμα PWM διαμόρφωσης μέσω FFT (γ) PWM φάσμα αναλυτικού μοντέλου.

Επιπλέον, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, ένα σημαντικό πλεονέκτημα της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM είναι ότι επιτρέπει την μελέτη της επίδρασης της ευκρίνειας κβαντισμού του PCM σήματος εισόδου κατά την PWM μετατροπή. Η παράμετρος αυτή, ορίζει το επίπεδο του θορύβου της PWM κωδικοποίησης που δημιουργείται λόγω του χρονικού κβαντισμού των θέσεων των παρυφών των PWM παλμών. Το φαινόμενο αυτό απεικονίζεται στο **Σχήμα 2.7**, στο οποίο εμφανίζονται τα φάσματα των PWM παλμοσειρών για ημιτονικές υπό διαμόρφωση PCM κυματομορφές με ευκρίνεια κβαντισμού $N=8$ -, 16 -, και 24 -bit. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι στην πράξη, ο υπολογισμός του φασματικού περιεχομένου της PWM παλμοσειράς για υψηλής ευκρίνειας PCM σήματα εισόδου (π.χ. $N=16$ ή 24 bit) είναι αριθμητικώς αδύνατη λόγω του μεγάλου μεγέθους των 1-bit PWM ψηφιακών δεδομένων που προκύπτουν σε αυτές τις περιπτώσεις. Για το λόγο αυτό, συνήθως το PWM φάσμα υπολογίζεται μετά την εφαρμογή υποδειγματοληψίας στα PWM δεδομένα, κάτι το οποίο δε συμβαίνει στην περίπτωση χρήσης της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM.



Σχήμα 2.7: Φάσματα PWM κυματομορφών που ελήφθησαν με την εφαρμογή της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM για ημίτονο συχνότητας 1kHz και PCM ευκρίνεια κβαντισμού $N=8$, 16 και 24 bit ($f_s=44.1$ kHz)

2.5 Σύνοψη Κεφαλαίου

Στο Κεφάλαιο αυτό έγινε η παρουσίαση της μαθηματικής μεθοδολογίας η οποία οδηγεί στην ανάπτυξη του αναλυτικού μοντέλου απεικόνισης PCM ηχητικών σημάτων σε PWM ακολουθία παλμών. Η απεικόνιση αυτή στηρίζεται στη θεώρηση της PWM παλμοσειράς ως ακολουθία 1-bit ψηφιακών δειγμάτων και υλοποιείται τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο της συχνότητας, παρέχοντας έτσι τη δυνατότητα εκτίμησης των φασματικών χαρακτηριστικών οποιασδήποτε μορφής PWM διαμόρφωσης. Επίσης, σε αντίθεση με τις προϋπάρχουσες τεχνικές, η προτεινόμενη μέθοδος δεν περιορίζεται μόνο σε ημιτονικές κυματομορφές, αλλά μπορεί να εφαρμοσθεί και στην περίπτωση οποιουδήποτε ψηφιακού ηχητικού σήματος, λαμβάνοντας συγχρόνως υπόψιν τόσο της παραμέτρους του υπό μετατροπή ψηφιακού ηχητικού σήματος, όσο και τις παραμέτρους της PCM-σε-PWM μετατροπής.

Συγκρινόμενη με τις προϋπάρχουσες τεχνικές μετατροπής σε PWM, το μαθηματικό μοντέλο της αναλυτικής απεικόνισης PC-σε-PWM προσφέρει τη μέγιστη διαθέσιμη υπολογιστική ακρίβεια, κάνοντας χρήση απλών εξισώσεων, τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και της συχνότητας, προσφέροντας συγχρόνως τη δυνατότητα εύκολης και απλοποιημένης υλοποίησής της σε ψηφιακές πλατφόρμες υλικού.

Κεφάλαιο 3: Αναλυτική μελέτη PWM παραμορφώσεων

3.1 Εισαγωγή

Δύο είναι τα θεμελιώδη ερωτήματα που σχετίζονται με την PWM μετατροπή και πρέπει να απαντηθούν: α) Γιατί κατά την μετατροπή ψηφιακών ηχητικών PCM σημάτων σε 1-bit PWM παλμοσειρά δημιουργούνται παραμορφώσεις και β) ποιά είναι η ακριβής φύση των παραμορφώσεων αυτών;

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, η εύρεση των απαντήσεων στα παραπάνω ερωτήματα δόθηκε ακολουθώντας μια αναλυτική μαθηματική μεθοδολογία στηριζόμενη σε δύο προσεγγίσεις: α) την αναλυτική χρονική και συχνотική απεικόνιση της «στιγμιαίας δειγματοληπτούμενης» PCM κωδικοποίησης, η οποία ορίζεται ως σήμα διάκριτου χρόνου και υψηλής δειγματοληψίας ίσης προς τη συχνότητα f_p της 1-bit PWM παλμοσειράς και β) τη χρήση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM, η εκτενής περιγραφή της οποίας δόθηκε στο Κεφάλαιο 2. Με τον τρόπο αυτό, ορίζεται η ακριβής περιγραφή του σφάλματος της PCM-σε-PWM μετατροπής, τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και της συχνότητας, οι δοθείσες απαντήσεις σχετικά με το μηχανισμό δημιουργίας των PWM-παραμορφώσεων παρέχουν αναλυτικά και γενικά συμπεράσματα, ενώ παράλληλα δίνεται η δυνατότητα προσδιορισμού κατευθύνσεων για την σχεδίαση στρατηγικών μείωσης ή/και καταστολής των παραμορφώσεων αυτών.

3.2. Αναλυτική αναπαράσταση PCM κωδικοποίησης

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η αναπαράσταση διάκριτου χρόνου ηχητικών σημάτων σε PWM παλμούς απαιτεί τη χρήση υψηλών συχνοτήτων ρολογιού f_p (Hz), αναγκαίων για τη δημιουργία της απαραίτητης για ποιοτική ηχητική αναπαραγωγή υψηλής ευκρίνειας στο χρονικό πεδίο, η οποία καθορίζει τα όρια των PWM παλμών που φέρουν την πληροφορία του σήματος εισόδου.

Ας υποθέσουμε ότι η αναπαράσταση της αρχικής N-bit PCM πληροφορίας $s(k)$ στο πεδίο του πλάτους, με περίοδο δειγματοληψίας ίση προς T_s , πραγματοποιείται κάνοντας χρήση υψηλότερης χρονικής ανάλυσης κατά παράγοντα $R=2^B$ (όπου B ακέραιος και $B \gg 1$) σε σχέση με αυτήν που αντιστοιχεί στο χρονικό διάστημα T_s . Σε αυτήν την περίπτωση η PCM κυματομορφή «στιγμαιαίας δειγματοληψίας» που προκύπτει θα νέα έχει περίοδο δειγματοληψίας T_s' ίση προς

$$T_s' = \frac{T_s}{R} = \frac{T_s}{2^B} \quad (3.1)$$

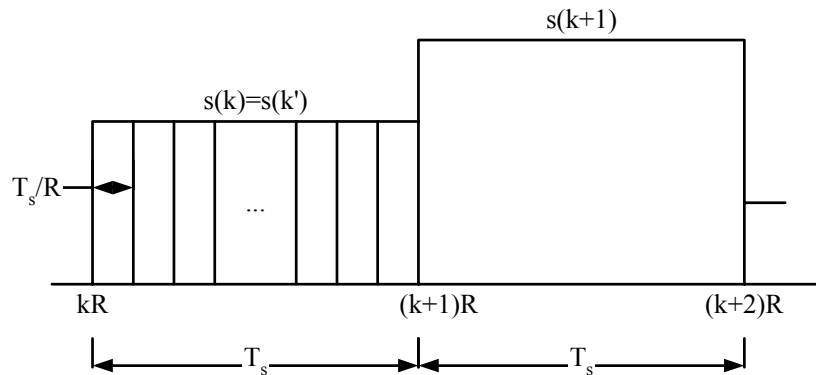
και τα προκύπτοντα από τη διαδικασία αυτή PCM ψηφιακά δείγματα θα ορίζονται τις χρονικές στιγμές $k'T_s'$ ως:

$$s(k')=s(k), \quad kR \leq k' \leq (k+1)R-1 \quad (3.2)$$

όπου k' ένας ακέραιος ορισμένος στο διάστημα $[0, \infty)$.

Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω χρονικούς δείκτες, τα χρονικά όρια κάθε «στιγμαιαία-δειγματοληπτούμενου» PCM παλμού (**Σχήμα 3.1**) μπορούν να περιγραφούν ως:

$$\begin{aligned} k'_{1,n} &= kR \\ k'_{2,n} &= (k+1)R \end{aligned} \quad (3.3)$$



Σχήμα 3.1: Γραφική αναπαράσταση των ορίων των στιγμαιαίας δειγματοληψίας PCM παλμών.

κι έτσι, κάθε PCM δείγμα που αντιστοιχεί στη k-οστή αρχική PCM περίοδο δειγματοληψίας μπορεί να αναπαρασταθεί αναλυτικά ως:

$$\begin{aligned} \text{PCM}_k(k') &= s(k)[u(k' - k'_{1,n}) - u(k' - k'_{2,n})] = \\ &= s(k)[u(k' - kR) - u(k' - (k+1)R)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Η συνολική ακολουθία παλμών των στιγμιαία δειγματοληπτούμενων PCM δειγμάτων που αντιστοιχεί σε d στο πλήθος PCM δείγματα προκύπτει από το άθροισμα των d παλμών που περιγράφονται από την εξ. (3.4), δηλαδή

$$\text{PCM}(k') = \sum_{k=0}^{d-1} \text{PCM}_k(k') = \sum_{k=0}^{d-1} s(k)[u(k' - kR) - u(k' - (k+1)R)] \quad (3.5)$$

Ακολουθώντας την μαθηματική μεθοδολογία ανάπτυξης μιας συνάρτησης σε σειρές Fourier που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2, και κάτω από τους ίδιους περιορισμούς που συζητήθηκαν εκεί (χωρίς βλάβη της γενικότητας), η φασματική απεικόνιση της στιγμιαία δειγματοληπτούμενης PCM παλμοσειράς δίνεται υπό μορφή εκθετικού από τη σχέση:

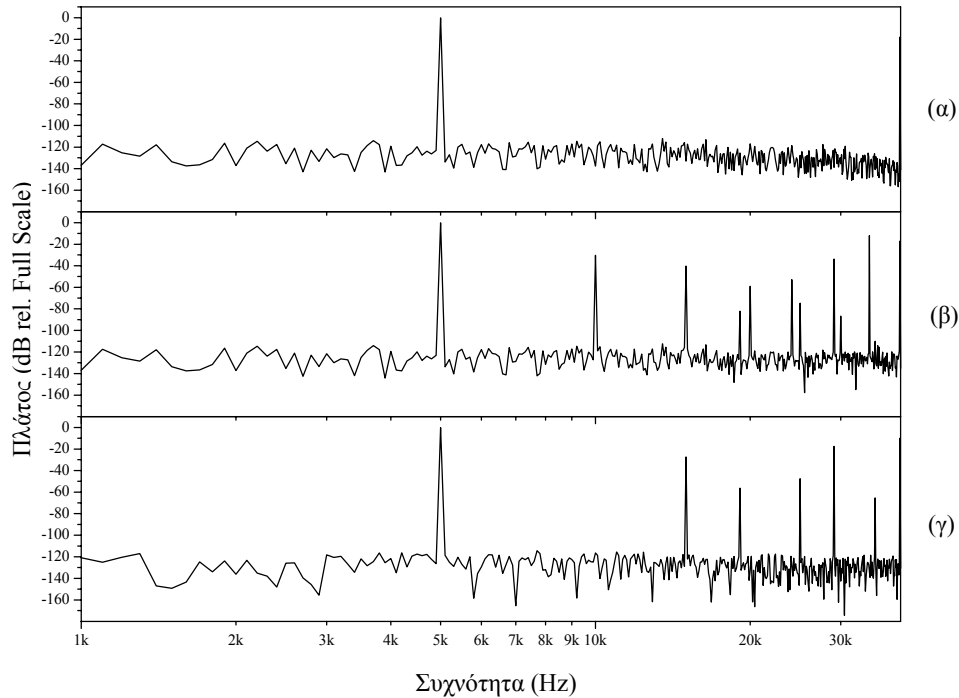
$$c_{\lambda}^{\text{PCM}} = \begin{cases} \frac{d}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} s(k) \sin\left(\frac{\pi\lambda}{d}\right) e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)}, & \lambda \neq 0 \\ \sum_{k=0}^{d-1} s(k), & \lambda = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Όπως μπορεί κανείς εύκολα να παρατηρήσει στην εξ. (3.6), η παραπάνω μαθηματική προσέγγιση της PCM κωδικοποίησης μέσω της στιγμιαία δειγματοληπτούμενης PCM, δημιουργεί στη φασματική απεικόνιση ένα συχνοτικό ζύγισμα της μορφής $\frac{\sin(x)}{x}$, γεγονός που οφείλεται στη σταθερή διάρκεια T_s των PCM παλμών. Φυσικά, σε πρακτικά PCM σήματα, το φαινόμενο αυτό δεν παρατηρείται καθώς η συνολική διάρκεια της διαδικασίας «δειγματοληψία και συγκράτηση» (sample and hold) είναι πάντα μικρότερη από την περίοδο δειγματοληψίας.

3.3. Η φύση των PWM παραμορφώσεων

Ας θεωρήσουμε μια τυπική ψηφιακή ημιτονική κυματομορφή μέγιστου δυνατού πλάτους και συχνότητας 5kHz, συχνότητας δειγματοληψίας 44.1kHz και ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$. Στο **Σχήμα 3.2(α)** φαίνεται το φάσμα της αντίστοιχης στιγμιαία δειγματοληπτούμενης PCM κυματομορφής που προκύπτει με υπερδειγματοληψία των αρχικών PCM δειγμάτων κατά παράγοντα $R=2(2^N-1)$, όπως αυτό εξάγεται από την εξ. (3.6), ενώ στο **Σχήμα 3.2(β)** και **(γ)**

παρουσιάζεται το αντίστοιχο φάσμα της τάξης D και BD PWM παλμοσειράς, το οποίο περιέχει παραμόρφωση υπό μορφή αρμονικών της ημιτονικής συχνότητας εισόδου και προϊόντων ενδιαδιαμόρφωσης αυτών με τη βασική συχνότητα δειγματοληψίας f_s . Από το παραπάνω Σχήμα σε συνδιασμό με τις εξισώσεις (2.30), (2.31) και (3.6) μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:



Σχήμα 3.2: Φάσμα ημιτονικής κυματομορφής πλήρους κλίμακας και συχνότητας 5kHz: (α) στιγμιαία δειγματολαμβανόμενη PCM (β) τάξης D PWM (γ) τάξης BD PWM.

- (α) το φάσμα της στιγμιαία-δειγματολαμβανόμενης PCM κυματομορφής είναι παρόμοιο με το φάσμα της PCM κυματομορφής, με εξαίρεση την επίδραση του παράγοντα $\text{sinc}x/x$ (όπου $x=\pi\lambda/d$) που εμφανίζεται στην εξ. (3.6) και επηρεάζει ιδιαίτερα το άνω άκρο των ακουστών συχνοτήτων, λόγω της σταθερής διάρκειας των PCM παλμών. Αντίθετα, στην περίπτωση της PWM διαμόρφωσης, το φαινόμενο αυτό δεν εμφανίζεται και ο θόρυβος κβαντισμού σε ολόκληρο το εύρος συχνοτήτων διατηρείται σταθερός.
- (β) εξετάζοντας τις εξ. (2.30) και (2.31) που περιγράφουν φασματικά τις τάξεις D και BD PWM διαμορφώσεις είναι φανερό ότι το σήμα εισόδου (στην κανονικοποιημένη του μορφή a_k) δεν επηρεάζει άμεσα το φασματικό περιεχόμενο των αντίστοιχων

παλμοσειρών. Αντίθετα, μια τύπου FM (Frequency Modulated)-διαμορφωμένη έκδοσή του παράγει την τελική PWM φασματική έκφραση, παράγοντας τις γνωστές αρμονικές και μη φασματικές παραμορφώσεις που εμφανίζονται στα Σχήματα 2(β) και (γ).

- (γ) Επεκτείνοντας την παραπάνω παρατήρηση, φαίνεται πως η PCM-σε-PWM μετατροπή αποτελεί ένα είδος σύνθετης διαμόρφωσης τύπου FM, εξαιτίας της συνεχώς μεταβαλλόμενης διάρκειας των PWM παλμών, ανάλογα με τις διάκριτου χρόνου τιμές πλάτους του υπό διαμόρφωση σήματος. Κατά συνέπεια, το πλάτος των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων σχετίζεται άμεσα με τις παραμέτρους του σήματος εισόδου (όπως π.χ. πλάτος και συχνοτικό περιεχόμενο).

3.4. Αναλυτική ποσοτική εκτίμηση των PWM παραμορφώσεων

Ο τύπος και το πλάτος των παραμορφώσεων που παράγονται από την παραπάνω αρμονική (FM) διαμόρφωση του PCM σήματος κατά την μετατροπή του σε PWM ακολουθία παλμών μπορεί να προκύψει με αναλυτικό τρόπο από την μαθηματική περιγραφή της PWM διαμόρφωσης στο πεδίο της συχνότητας, εάν εφαρμόσουμε στην είσοδο του PWM διαμορφωτή μια ημιτονική κυματομορφή κυκλικής συχνότητας ω_{input} , της οποίας η κανονικοποιημένη στιγμιαία τιμή πλάτους στην k -οστή περίοδο PCM δειγματοληψίας δίνεται από τη σχέση:

$$a_k = \frac{M \sin(\omega_{input} k T_s) + 1}{2} \quad (3.7)$$

Στην παραπάνω εξίσωση το σήμα εισόδου στον PWM διαμορφωτή λαμβάνεται να είναι διάκριτου χρόνου, αλλά όχι κβαντισμένο (άρα όχι και ψηφιακό). Η παραδοχή αυτή στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι επιτρεπτή, αφού η ευκρίνεια κβαντισμού του σήματος εισόδου δεν επηρεάζει το πλάτος των παραγόμενων αρμονικών, αλλά μόνο το επίπεδο του θορύβου κβαντισμού, οπότε η διαδικασία κβαντισμού του PCM σήματος μπορεί να αγνοηθεί.

Εφαρμόζοντας την εξ. (3.7) στην εξ. (2.30) της αναλυτικής συχνοτικής απεικόνισης της PWM διαμόρφωσης λαμβάνουμε:

$$c_\lambda^{PWM} = \frac{Ad}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \sin \left[\beta_\lambda \left(\frac{M \sin(\omega_{input} k T_s) + 1}{2} \right) \right] e^{-j \frac{\pi\lambda}{d} (2k+1)} \quad (3.8)$$

όπου έχει θεωρηθεί ότι:

$$\beta_\lambda = \frac{\pi\lambda}{d} \quad (3.9)$$

Στην εξ. (3.8) φαίνεται ξεκάθαρα η FM τύπου διαμόρφωση (μηδενικής συχνότητας φορέα) του ημιτονικού σήματος εισόδου που λαμβάνει χώρα κατά την PWM μετατροπή. Το πλάτος κάθε αρμονικής συνιστώσας μπορεί να υπολογιστεί θεωρώντας το πλάτος του μιγαδικού όρου στην εξ. (3.8) ως:

$$\begin{aligned} \frac{Ad}{\pi\lambda} \sin \left[\beta_\lambda \left(\frac{M \sin(\omega_{\text{input}} k T_s) + 1}{2} \right) \right] &= \frac{Ad}{\pi\lambda} \sin \left[\frac{\beta_\lambda M}{2} \sin(\omega_{\text{input}} k T_s) + \frac{\beta_\lambda}{2} \right] = \\ \frac{Ad}{\pi\lambda} \sin \left[\frac{\beta_\lambda M}{2} \sin(\omega_{\text{input}} k T_s) \right] \cos \left(\frac{\beta_\lambda}{2} \right) &+ \frac{Ad}{\pi\lambda} \cos \left[\frac{\beta_\lambda M}{2} \sin(\omega_{\text{input}} k T_s) \right] \sin \left(\frac{\beta_\lambda}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Με δεδομένο ότι:

$$\cos(x \sin \theta) = J_0(x) + 2J_2(x) \cos 2\theta + 2J_4(x) \cos 4\theta + \dots \quad (3.11)$$

και

$$\sin(x \sin \theta) = 2J_1(x) \sin \theta + 2J_3(x) \sin 3\theta + 2J_5(x) \sin 5\theta + \dots \quad (3.12)$$

όπου $J_n(x)$ η συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης n-οστού είδους, η εξ. (3.10) δίνει:

$$\begin{aligned} \frac{Ad}{\pi\lambda} \sin \left[\beta_\lambda \left(\frac{M \sin(\omega_{\text{input}} k T_s) + 1}{2} \right) \right] &= \frac{Ad}{\pi\lambda} J_0 \left(\frac{\beta_\lambda M}{2} \right) \sin \left(\frac{\beta_\lambda}{2} \right) + \\ \frac{2Ad}{\pi\lambda} J_1 \left(\frac{\beta_\lambda M}{2} \right) \cos \left(\frac{\beta_\lambda}{2} \right) \sin(\omega_{\text{input}} k T_s) &+ \\ \frac{2Ad}{\pi\lambda} J_2 \left(\frac{\beta_\lambda M}{2} \right) \sin \left(\frac{\beta_\lambda}{2} \right) \cos(2\omega_{\text{input}} k T_s) &+ \\ \frac{2Ad}{\pi\lambda} J_3 \left(\frac{\beta_\lambda M}{2} \right) \cos \left(\frac{\beta_\lambda}{2} \right) \sin(3\omega_{\text{input}} k T_s) &+ \dots \end{aligned} \quad (3.13)$$

όπου ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει τη DC συνιστώσα του φάσματος της PWM παλμοσειράς, λόγω της μεταβολής των τιμών των PWM παλμών μεταξύ των τιμών 0 και A. Ο δεύτερος όρος του αθροίσματος αντιστοιχεί στη συχνότητα του σήματος εισόδου, αποτελώντας την καθεαυτή προς διαμόρφωση ηχητική πληροφορία, ενώ οι υπόλοιποι όροι αντιστοιχούν στα πλάτη των άρτιων και περιττών αρμονικών του ημιτονικού σήματος εισόδου και μπορούν να αναπαρασταθούν γενικά από την εξίσωση:

$$c_n = \frac{2A}{\pi n q} J_n \left(\frac{\pi}{2} M n q \right) \sin \left(\left[(1-q)n \frac{\pi}{2} \right] \right) \quad (3.14)$$

όπου έγινε χρήση της εξίσωσης:

$$\frac{f_{input}}{f_s} = \frac{c f_0}{d f_0} = \frac{c}{d} = q \quad (3.15)$$

με $f_0=1/T_0$ τη θεμελιώδη συχνότητα, όπως αυτή ορίστηκε στην ενότητα 2.4 και n ακέραιος δείκτης που περιγράφει τις αρμονικές της συχνότητας εισόδου και εκφράζεται από τη σχέση $nc=\lambda$.

Στον **Πίνακα 3.1** φαίνονται ενδεικτικά οι αναλυτικές τιμές πλάτους της συνιστώσας του σήματος εισόδου και των δύο πρώτων αρμονικών (πρώτης άρτιας και περιττής), όπως προκύπτουν από την εξ. (3.14).

Πίνακας 3.1: Αναλυτικές εκφράσεις των τιμών πλάτους του σήματος εισόδου και των δύο πρώτων PWM-παραγόμενων αρμονικών

Φασματική συνιστώσα	Πλάτος
Συνιστώσα σήματος ($\lambda=c$)	$\frac{2A}{\pi q} J_1 \left(\frac{\pi M}{2} q \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (1-q) \right)$
Πρώτη άρτια αρμονική ($\lambda=2c$)	$\frac{A}{\pi q} J_2 (\pi M q) \sin(\pi(1-q))$
Πρώτη περιττή αρμονική ($\lambda=3c$)	$\frac{2A}{3\pi q} J_3 \left(\frac{3\pi}{2} M q \right) \sin \left(\frac{3\pi}{2} (1-q) \right)$

3.5. Αναλυτική έκφραση μεταβολής των PWM παραμορφώσεων

Όπως είναι φανερό από την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου, τα πλάτη των παραμορφώσεων εξαρτώνται από (α) το πλάτος του σήματος εισόδου (εκφρασμένο από το δείκτη διαμόρφωσης M) (β) τη συχνότητα εισόδου και (γ) τη συχνότητα δειγματοληψίας. Μάλιστα, όπως φαίνεται και από την εξ. (3.14), οι δύο τελευταίοι παράγοντες ασκούν επίδραση στις τιμές του πλάτους μέσω της ποσότητας q και $1/q$ αντίστοιχα, με αποτέλεσμα η επίδρασή τους στις παραγόμενες παραμορφώσεις να είναι αντιστρόφως ισοδύναμη. Αυτό σημαίνει ότι εάν, για παράδειγμα, διπλασιαστεί η συχνότητα του σήματος εισόδου, η μεταβολή που θα παρατηρηθεί στο πλάτος των παραγόμενων αρμονικών θα είναι ίδια με την

μεταβολή που συνεπάγεται η μείωση της συχνότητας δειγματοληψίας (υποδειγματοληψία) κατά παράγοντα δύο, υπό σταθερή συχνότητα σήματος εισόδου.

3.5.1. Μεταβολή με το πλάτος εισόδου

Ας υποθέσουμε ότι εφαρμόζουμε στον PWM διαμορφωτή διαδοχικά δύο διαφορετικές ημιτονικές κυματομορφές, ίδιας βασικής συχνότητας f_{input} , διαφορετικού όμως κανονικοποιημένου πλάτους M και M' αντίστοιχα με $M < M'$. Θα εξετάσουμε την μεταβολή του πλάτους της πρώτης άρτιας αρμονικής που παράγεται κατά την PWM μετατροπή για τις δύο παραπάνω περιπτώσεις. Από τον **Πίνακα 3.1** προκύπτει ότι το πηλίκο του πλάτους των δύο αρμονικών για κάθε περίπτωση θα είναι:

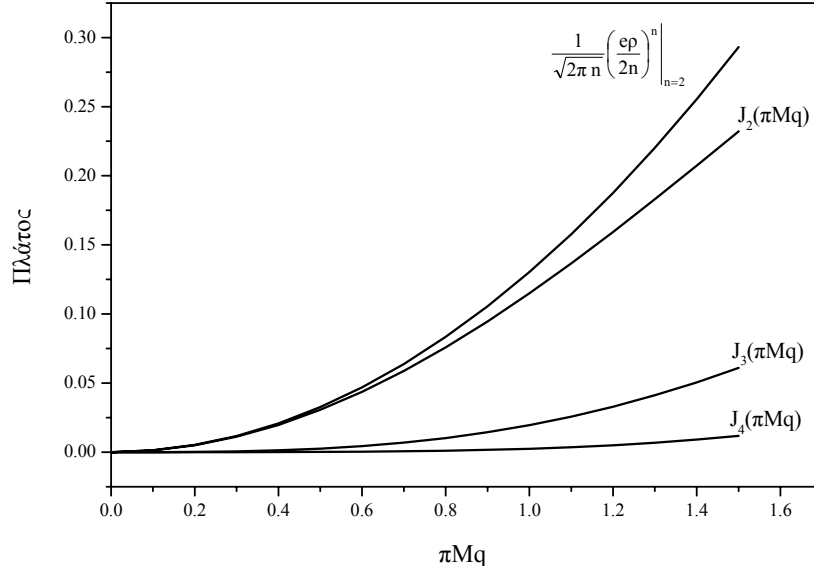
$$\Gamma_E = \frac{\frac{A}{\pi q} J_2(\pi M' q) \sin(\pi(1-q))}{\frac{A}{\pi q} J_2(\pi M q) \sin(\pi(1-q))} = \frac{J_2(\pi M' q)}{J_2(\pi M q)} \quad (3.16)$$

Επειδή όμως $0 \leq M \leq 1$, ενώ συγχρόνως για ψηφιακές ηχητικές εφαρμογές, λόγω του θεμελιώδους θεωρήματος της δειγματοληψίας, ισχύει ότι $0 < q \leq \frac{1}{2}$, προκύπτει ότι το όρισμα των συναρτήσεων Bessel που εμφανίζεται στην εξ. (3.16) θα μεταβάλεται στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

Στο **Σχήμα 3.3** φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $J_2(\rho)$ για $0 \leq \rho \leq \frac{\pi}{2}$, η οποία παρατηρούμε ότι είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα αυτό. Με δεδομένο ότι η συχνότητα δειγματοληψίας και η συχνότητα εισόδου έχουν διατηρηθεί σταθερές (άρα η ποσότητα q έχει σταθερή τιμή), κι εφόσον θεωρήσαμε ότι $M < M'$, έπεται ότι $J_2(\pi M q) < J_2(\pi M' q)$, οπότε και $\Gamma_E > 1$. Αυτό σημαίνει ότι το πλάτος της παραγόμενης πρώτης άρτιας αρμονικής θα είναι μεγαλύτερο στην περίπτωση όπου το σήμα εισόδου θα έχει μεγαλύτερο πλάτος.

Με δεδομένο ότι για να υπάρχει πιθανότητα να είναι ακουστή η πρώτη άρτια αρμονική της ημιτονικής συχνότητας εισόδου (δηλαδή για να βρίσκεται εντός της ακουστικής περιοχής συχνοτήτων) θα πρέπει η μέγιστη τιμή της συχνότητας εισόδου να είναι ίση προς $f_{input} = f_s/4$, γεγονός που συνεπάγεται ότι:

$$0 \leq q \leq \frac{f_s/4}{f_s} = 0.25 \quad (3.17)$$



Σχήμα 3.3: Γραφική παράσταση των συναρτήσεων Bessel δεύτερης, τρίτης και τέταρτης τάξης, πρώτου είδους και της προσέγγισης της συνάρτησης δεύτερης τάξης.

Είναι επίσης γνωστό ότι:

$$J_n(\rho) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \left(\frac{e\rho}{2n} \right)^n \quad (3.18)$$

όταν το όρισμα ρ είναι σημαντικά μικρότερο από την τάξη n (κάτι που ισχύει στην πλειονότητα των ηχητικών σημάτων, εάν δεχτούμε ότι η συχνότητα δειγματοληψίας είναι αρκετά μεγαλύτερη του διπλασίου της συχνότητας εισόδου, δηλαδή ότι $q \ll \frac{1}{2}$ κι εφόσον ισχύει η εξ. (3.17)), τότε, σε αυτήν την περίπτωση η εξ. (3.16) απλοποιείται περαιτέρω ως:

$$r_E \approx \left(\frac{M'}{M} \right)^2 \quad (3.19)$$

από όπου είναι προφανές ότι το πλάτος της πρώτης άρτιας αρμονικής αυξάνει αναλογικά με το τετράγωνο του πλάτους του ημιτονικού σήματος εισόδου. Ακολουθώντας παρόμοια μεθοδολογία και κάτω από τις ίδιες παραδοχές (με $0 \leq q \leq \frac{f_s/6}{f_s} = 0.167$) βρίσκουμε για το λόγο πλατών της πρώτης περιττής αρμονικής r_O ότι:

$$r_o = \frac{J_3\left(\frac{3\pi}{2}M'q\right)}{J_3\left(\frac{3\pi}{2}Mq\right)} \approx \left(\frac{M'}{M}\right)^3 \quad (3.20)$$

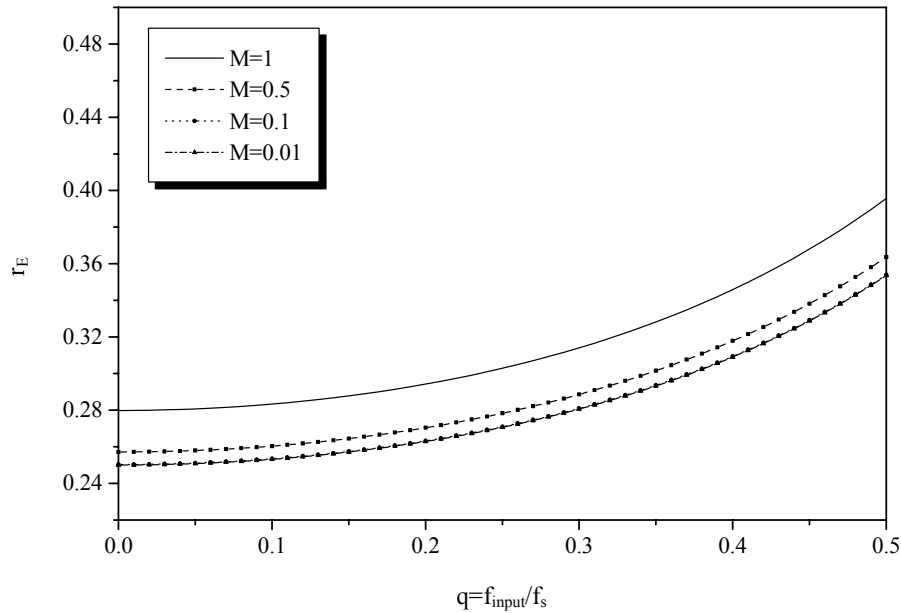
επαληθεύοντας και πάλι το προηγούμενο συμπέρασμα και για την περίπτωση της πρώτης περιττής αρμονικής.

3.5.2. Μεταβολή με τη συχνότητα εισόδου/δειγματοληψίας

Εάν τώρα υποθέσουμε ότι τα πλάτη των δύο εφαρμοζόμενων ημιτονικών κυματομορφών διατηρούνται τα ίδια και μεταβάλλουμε τη συχνότητα δειγματοληψίας έτσι ώστε $f_s' = 2f_s$, τότε $q' = q/2$ και ο λόγος πλατών για την πρώτη άρτια αρμονική γίνεται:

$$\begin{aligned} r_E &= \frac{\frac{A}{\pi q} J_2(\pi M q') \sin(\pi(1-q'))}{\frac{A}{\pi q} J_2(\pi M q) \sin(\pi(1-q))} = \frac{q}{q'} \frac{J_2(\pi M q') \sin(\pi(1-q'))}{J_2(\pi M q) \sin(\pi(1-q))} = \\ &= 2 \frac{J_2\left(\pi M \frac{q}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi q}{2}\right)}{J_2(\pi M q) \sin(\pi q)} = \frac{J_2\left(\pi M \frac{q}{2}\right)}{J_2(\pi M q)} \cos^{-1}\left(\frac{\pi q}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Στο **Σχήμα 3.4** δίνεται η γραφική παράσταση της τιμής του λόγου r_E , όπως αυτός περιγράφεται από την εξ. (3.21), ως συνάρτηση του λόγου συχνοτήτων q , για μια ποικιλία τιμών του δείκτη διαμόρφωσης M ορισμένων στο διάστημα $[0.01, 1]$, καλύπτοντας πρακτικά όλες τις δυνατές περιπτώσεις πλάτους ηχητικών σημάτων. Από το Σχήμα αυτό προκύπτει ότι η τιμή r_E είναι σταθερά μικρότερη της μονάδας, παρουσιάζοντας μέγιστες τιμές για $M=1$ (περίπτωση σήματος εισόδου πλήρους κλίμακας). Αυτό σημαίνει, ότι κάθε εφαρμογή $\times 2$ υπερδειγματοληψίας στα δεδομένα εισόδου, μειώνει το πλάτος της πρώτης άρτιας αρμονικής κατά τον παράγοντα r_E . Επίσης, με βάση την παρατήρηση που έγινε στην αρχή της παρούσας παραγράφου σχετικά με την σχέση της συχνότητας εισόδου και της συχνότητας δειγματοληψίας, καταλήγουμε επιπλέον στο συμπέρασμα ότι διπλασιασμός της συχνότητας της ημιτονικής κυματομορφής εισόδου υπό σταθερή συχνότητα δειγματοληψίας και πλάτος, προκαλεί αύξηση του πλάτους της πρώτης άρτιας αρμονικής κατά τον παράγοντα r_E .



Σχήμα 3.4: Γραφική παράσταση της τιμής του λόγου r_E , ως συνάρτησης του λόγου συχνοτήτων q .

Η εξ. (3.21) μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω χρησιμοποιώντας την εξ. (3.18), εάν θεωρήσουμε ότι $\pi M q \ll 2$. Σε αυτήν την περίπτωση, ο λόγος των πλατών της πρώτης άρτιας αρμονικής με και χωρίς διπλασιασμό του παράγοντα υπερδειγματοληψίας γίνεται:

$$r_E = \left(\frac{q'}{q}\right)^2 \cos^{-1}\left(\frac{q}{2}\right) = \frac{1}{4} \cos^{-1}\left(\frac{q}{2}\right), \quad q \ll \frac{2}{\pi M} \quad (3.22)$$

Ακολουθώντας παρόμοια μεθοδολογία, μπορούμε να υπολογίσουμε τον αντίστοιχο λόγο του πλάτους της πρώτης περιττής αρμονικής του σήματος εισόδου με βάση τη σχέση:

$$r_O = 2 \frac{J_3(\beta_q M) \cos(\beta_q)}{J_3(2\beta_q M) \cos(2\beta_q)} \quad (3.23)$$

όπου έχει τεθεί $\beta_q = \frac{3\pi}{4}q$. Εάν πάλι δεχτούμε ότι $2\beta_q M \ll 3$ ($q \ll \frac{2}{\pi M}$), τότε χρησιμοποιώντας και πάλι την εξ. (3.18), η παραπάνω σχέση απλοποιείται ως:

$$r_O = \frac{1 \cos(\beta_q)}{4 \cos(2\beta_q)} \quad (3.24)$$

Επειδή, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η μείωση της συχνότητας της ημιτονικής κυματομορφής εισόδου κατά δύο φορές είναι ισοδύναμη με την αύξηση της συχνότητας δειγματοληψίας κατά 2, οι εξ. (3.21), (3.22), (3.23) και (3.24) περιγράφουν συγχρόνως την αναλυτική μεταβολή των δύο πρώτων παραγόμενων αρμονικών όταν μειώνεται η συχνότητα εισόδου. Στον **Πίνακα 3.2**, συνοψίζονται όλες οι τιμές των λόγων r_E και r_O που περιγράφηκαν προηγουμένως, μαζί με τις αντίστοιχες προσεγγίσεις τους.

Πίνακας 3.2: Συνοπτικός πίνακας της αναλυτικής μεταβολής του πηλίκου πλατών της πρώτης άρτιας και περιττής PWM-παραγόμενης αρμονικής για αύξηση του πλάτους εισόδου και για εφαρμογή υπερδειγματοληψίας παράγοντα x_2 ή μείωση της συχνότητας εισόδου κατά παράγοντα 2.

	r_E ($0 \leq q \leq 1/2$)	Προσέγγιση r_E	r_O ($0 \leq q \leq 1/2$)	Προσέγγιση r_O
$M < M'$	$\frac{J_2(\pi M' q)}{J_2(\pi M q)}$	$\left(\frac{M'}{M}\right)^2$ ($0 \leq q \ll \frac{2}{\pi M'}$)	$\frac{J_3\left(\frac{3\pi}{2} M' q\right)}{J_3\left(\frac{3\pi}{2} M q\right)}$	$\left(\frac{M'}{M}\right)^3$ ($0 \leq q \ll \frac{3}{\pi M'}$)
$q' = \frac{q}{2}$	$\frac{J_2\left(\pi M \frac{q}{2}\right)}{J_2(\pi M q)} \cos^{-1}\left(\frac{\pi q}{2}\right)$	$\frac{1}{4} \cos^{-1}\left(\frac{\pi q}{2}\right)$ ($0 \leq q \ll \frac{2}{\pi M}$)	$2 \frac{J_3(\beta_q M) \cos(\beta_q)}{J_3(2\beta_q M) \cos(2\beta_q)}$	$\frac{1}{4} \frac{\cos(\beta_q)}{\cos(2\beta_q)}$ ($0 \leq q \ll \frac{2}{\pi M}$)

3.6. Σφάλμα απεικόνισης PCM-σε-PWM μετατροπής

Για την αναλυτική εύρεση της περιγραφής του σφάλματος της PCM-σε-PWM μετατροπής ας θεωρήσουμε ότι ο παράγοντας υπερδειγματοληψίας R στην εξ. (3.4) που ορίζει την χρονική ευκρίνεια της στιγμιαία δειγματοληπτούμενης PCM κυματομορφής δεν είναι δύναμη του 2, αλλά ίσος προς:

$$R = 2(2^N - 1) \tag{3.25}$$

όπου N η ευκρίνεια κβαντισμού των υπό αναπαράσταση PCM δειγμάτων. Με τον ορισμό αυτό επιτυγχάνεται, η χρονική ανάλυση που χρησιμοποιείται για τον ορισμό της στιγμιαία δειγματοληπτούμενης PCM να είναι ίδια με την χρονική ανάλυση της κανονικής δειγματοληψίας, δύο άκρων PWM παλμοσειράς (βλ. σχετικά εξ. (2.13)), γεγονός που συνεπάγεται ότι:

$$m=k' \quad (3.26)$$

Σύμφωνα με τις εξ. (2.13), (3.5) και (3.26), η αναλυτική περιγραφή του σφάλματος που δημιουργείται στο πεδίο του χρόνου κατά την PWM μετατροπή θα είναι:

$$E_D(m) = \text{PCM}(m) - \text{PWM}_D(m) \quad (3.27)$$

Η παραπάνω διαφορά υπολογίζεται σε κάθε PWM περίοδο T_p χρησιμοποιώντας N-bit ακρίβεια αριθμητικής αναπαράστασης των παραγόμενων τιμών και κατά μία έννοια, το προκύπτον «υβριδικό» σήμα αποτελεί το σφάλμα της PCM-σε-PWM μετατροπής. Η αντίστοιχη απεικόνιση του σφάλματος αυτού στο πεδίο της συχνότητας μπορεί να παραχθεί κάνοντας χρήση των εξισώσεων (2.30) και (3.6) ως:

$$E_\lambda^D = c_\lambda^{\text{PWM}_D} - c_\lambda^{\text{PCM}} = \frac{dA}{\pi\lambda} \sum_{n=0}^{d-1} \left[\sin\left(\frac{\pi\lambda}{d} a_n\right) - a_n \sin\left(\frac{\pi\lambda}{d}\right) \right] e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2n+1)} \quad (3.28)$$

Εάν θεωρήσουμε (χωρίς βλάβη της γενικότητας) ότι $A=S_{\max}$ και με δεδομένο ότι:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty \quad (3.29)$$

οι εξ. (2.30) και (3.6) μπορούν να γραφούν αντίστοιχα ως:

$$c_\lambda^{\text{PWM}} = \frac{dA}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \left[\frac{\pi\lambda}{d} a_k - \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi\lambda}{d} a_k\right)^3 + \frac{1}{5!} \left(\frac{\pi\lambda}{d} a_k\right)^5 - \frac{1}{7!} \left(\frac{\pi\lambda}{d} a_k\right)^7 + \dots \right] e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} \quad (3.30)$$

και

$$c_\lambda^{\text{PCM}} = \frac{dA}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} a_k \left[\frac{\pi\lambda}{d} - \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi\lambda}{d}\right)^3 + \frac{1}{5!} \left(\frac{\pi\lambda}{d}\right)^5 - \frac{1}{7!} \left(\frac{\pi\lambda}{d}\right)^7 + \dots \right] e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} \quad (3.31)$$

από όπου προκύπτει για την αναλυτική περιγραφή του σφάλματος στο πεδίο της συχνότητας ότι:

$$E_\lambda^D = \frac{dA}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \left\{ a_k \left[\sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l (a_k^{2l} - 1) \frac{1}{(2l+1)!} \left(\frac{\pi\lambda}{d}\right)^{2l+1} \right] e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2k+1)} \right\} \quad (3.32)$$

Από την εξ. (3.32) είναι προφανές ότι για $a_k=1$, δηλαδή για σταθερό (DC) σήμα πλήρους κλίμακας, το σφάλμα της PCM-σε-PWM μετατροπής μηδενίζεται και κατ' επέκταση, σε αυτήν την περίπτωση, οι PCM και PWM διαμορφώσεις είναι ισοδύναμες.

Κατά τον ίδιο τρόπο μπορεί να οριστεί το σφάλμα απεικόνισης στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας για την τάξης BD PWM διαμόρφωση κάνοντας χρήση των εξ. (2.31) και (3.6) ως:

$$E_{BD}(m) = PCM(m) - PWM_{BD}(m) \quad (3.33)$$

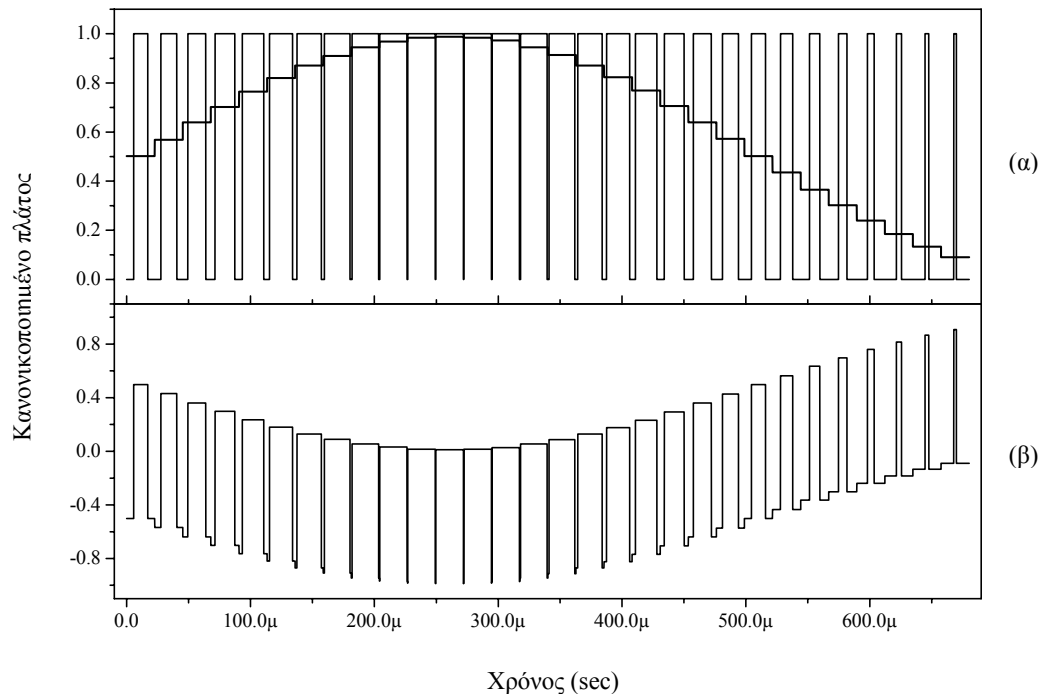
και

$$E_{\lambda}^{BD} = c_{\lambda}^{PWM_{BD}} - c_{\lambda}^{PCM} = \frac{d}{\pi\lambda} \sum_{n=0}^{d-1} \left[A_n \sin\left(\frac{\pi\lambda}{d} |a_n|\right) - A_n |a_n| \sin\left(\frac{\pi\lambda}{d}\right) \right] e^{-j\frac{\pi\lambda}{d}(2n+1)} \quad (3.34)$$

3.6.1 Σφάλμα απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο του χρόνου

Έστω μια τυπική ημιτονική PCM κυματομορφή μέγιστου πλάτους και συχνότητας 1kHz, αρχικής ευκρίνειας κβαντισμού ίσης προς 8bit και συχνότητας δειγματοληψίας 44.1kHz, η οποία μετατρέπεται σε PWM ακολουθία παλμών με συνολικό ρυθμό $f_p=22.4\text{MHz}$. Στο **Σχήμα 3.5(α)** φαίνεται ένα μικρό χρονικό τμήμα των αρχικών PCM δειγμάτων, καθώς και της αντίστοιχης τάξης D 1-bit PWM παλμοσειράς, ενώ στο **Σχήμα 3.5(β)** απεικονίζεται η κυματομορφή του σφάλματος $E_D(m)$ που παράγεται κατά την μετατροπή αυτή, σύμφωνα με την εξ. (3.27).

Σύμφωνα με το Σχήμα αυτό και την εξ. (3.27) της αναλυτικής περιγραφής του σφάλματος PCM-σε-PWM μετατροπής, το σφάλμα αυτό είναι επίσης ένα 1-bit σήμα με ρυθμό ίσο με το ρυθμό του PWM ρολογιού. Επιπλέον όμως, το πλάτος των 1-bit παλμών της κυματομορφής του σφάλματος δεν είναι σταθερό, όπως στην περίπτωση των αντίστοιχων PWM παλμών, αλλά εξαρτάται αποκλειστικά από τις κβαντισμένες τιμές πλάτους των PCM δειγμάτων. Κατά μία έννοια λοιπόν, το σφάλμα της PWM μετατροπής, μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ένα «υβριδικό» σήμα, το οποίο για να οριστεί πλήρως, πρέπει να περιγραφεί και στο PWM χρονικό πεδίο με χρονική ευκρίνεια ίση προς f_p , αλλά και στο PCM πεδίο χρησιμοποιώντας N-bit αναπαράσταση τιμών πλάτους.

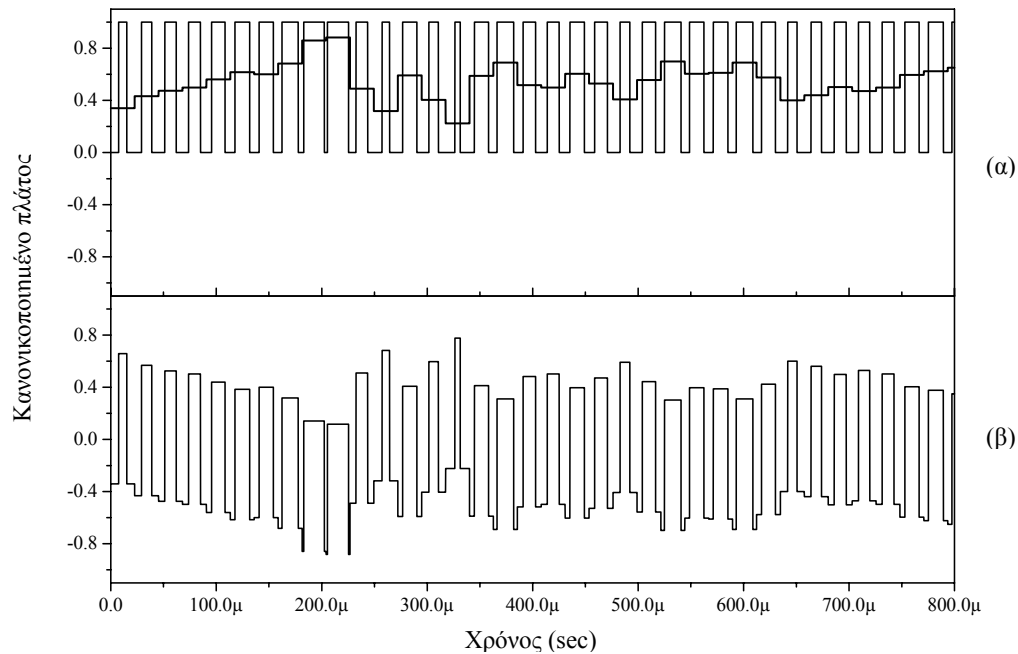


Σχήμα 3.5: Χρονική αναπαράσταση PCM, PWM και σφάλματος μετατροπής για ημιτονική κυματομορφή 1kHz, μέγιστου πλάτους ($N=8\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$): (α) στιγμιαίες δειγματοληψίας PCM και 1-bit PWM κυματομορφές (β) κυματομορφή αντιστοίχου σφάλματος.

Η υβριδική αυτή υπόσταση της κυματομορφής του σφάλματος της PCM-σε-PWM μετατροπής αντιπροσωπεύει την μεγαλύτερη δυσκολία για την εκμετάλλευση της αναλυτικής περιγραφής της και την απευθείας χρήση της στο PWM χρονικό πεδίο σε τεχνικές καταστολής των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων υπό μορφή βρόχου ανάδρασης, καθώς η μεταβολή του πλάτους των 1-bit παλμών καθιστά αδύνατη την οποιαδήποτε εφαρμογή του σήματος αυτού στο PWM χρονικό πεδίο. Είναι επίσης φανερό ότι για μεγάλα πλάτη σήματος εισόδου, το σφάλμα που παράγεται σε κάθε περίοδο PCM δειγματοληψίας «συγκλίνει» περισσότερο προς την κυματομορφή των PWM παλμών, λόγω της μεγαλύτερης διάρκειάς τους. Έτσι, για υψηλές τιμές πλάτους εισόδου, η PWM-κυρίαρχη φύση του σφάλματος επιβάλλει αυξημένα επίπεδα εμφανιζόμενης παραμόρφωσης, κάτι που είναι σύμφωνο με τα όσα ειπώθηκαν προηγουμένως σχετικά με το πως μεταβάλλεται η PWM-παραγόμενη παραμόρφωση σε συνάρτηση με τις παραμέτρους του σήματος εισόδου. Το αντίθετο παρατηρείται στις περιπτώσεις μικρού πλάτους σήματος PCM, όπου η PCM-κυρίαρχη φύση του σφάλματος μετατροπής (λόγω της μικρής διάρκειας των PWM παλμών σε κάθε περίοδο

PCM δειγματοληψίας) έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση παραμορφώσεων μικρότερου πλάτους.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις ισχύουν και σε περιπτώσεις όπου το υπό διαμόρφωση PCM σήμα δεν είναι ημιτονικό, αλλά αποτελεί τυπικό ηχητικό υλικό. Στο **Σχήμα 3.6(α)** φαίνεται ένα μικρό χρονικό τμήμα ενός τέτοιου σήματος, καθώς και η αντίστοιχη τάξης D PWM αναπαράστασή του, ενώ στο **Σχήμα 3.6(β)** απεικονίζεται η κυματομορφή του παραγόμενου από την παραπάνω μετατροπή σφάλματος. Είναι επίσης προφανές ότι η κυματομορφή του σφάλματος είναι ίση με μηδέν, μόνο στην περίπτωση όπου το PCM σήμα εισόδου είναι σταθερό (DC) σήμα μεγίστου πλάτους (δηλαδή $a_k=1$ για όλες τις περιόδους PCM δειγματοληψίας).

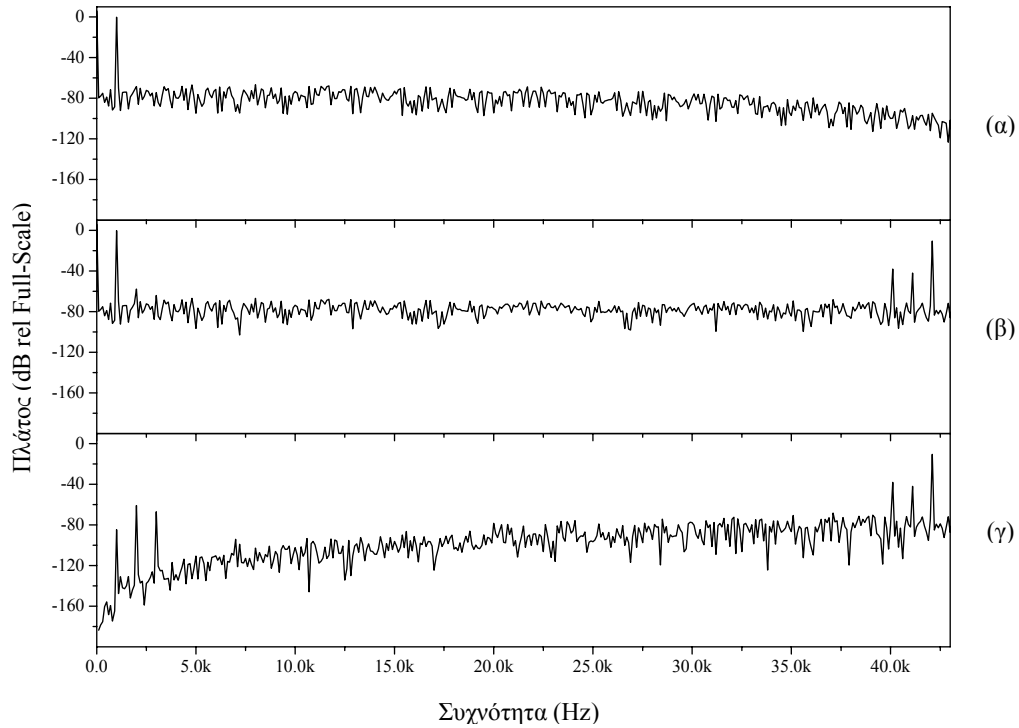


Σχήμα 3.6: Χρονική αναπαράσταση PCM, PWM και σφάλματος μετατροπής για τυπικό ηχητικό υλικό ($N=8\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$): (α) στιγμιαίας δειγματοληψίας PCM και 1-bit PWM κυματομορφές (β) κυματομορφή αντιστοίχου σφάλματος.

3.6.2 Σφάλμα απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο της συχνότητας

Αν θεωρήσουμε πάλι την τυπική ημιτονική PCM κυματομορφή μέγιστου πλάτους και συχνότητας 1kHz που χρησιμοποιήθηκε στο παράδειγμα της προηγούμενης παραγράφου, η

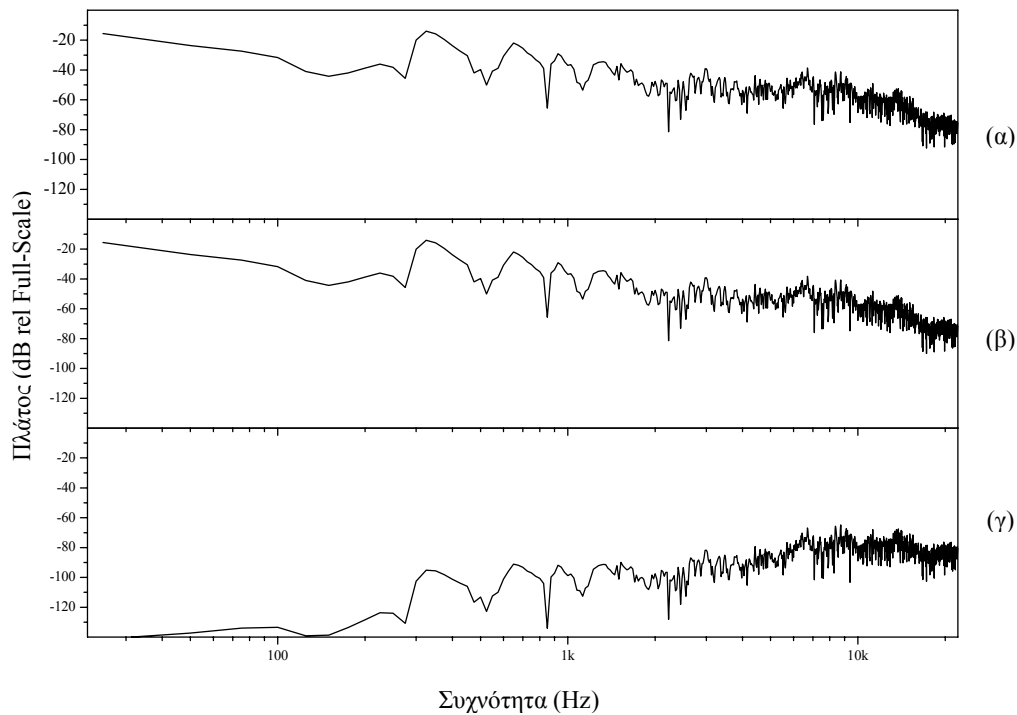
ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας για τη στιγμιαία δειγματοληψία PCM και την αντίστοιχη τάξης D PWM διαμόρφωση δίνει τα φάσματα των **Σχημάτων 3.7(α)** και **(β)** αντίστοιχα, ενώ το φασματικό περιεχόμενο του παραγόμενου σφάλματος είναι αυτό που φαίνεται στο **Σχήμα 3.7(γ)**.



Σχήμα 3.7: Φάσματα PCM, PWM και παραγόμενου σφάλματος μετατροπής για ημιτονική κυματομορφή 1kHz, μέγιστου πλάτους ($N=8\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$): (α) Φάσμα στιγμιαίας δειγματοληψίας PCM (β) φάσμα τάξης D 1-bit PWM κυματομορφής (γ) φάσμα παραγόμενου σφάλματος.

Από τα παραπάνω Σχήματα, η παρουσία της ισχυρής συνιστώσας του PCM σήματος στο φάσμα του σφάλματος της PCM-σε-PWM μετατροπής υποδηλώνει την ισχυρή εξάρτηση του σφάλματος από το σήμα εισόδου. Επίσης, είναι φανερό ότι το φάσμα της συνάρτησης σφάλματος έχει έναν υψηλοδιαβατό χαρακτήρα, ο οποίος αποτελεί ένδειξη της αύξησης της συνολικά παραγόμενης παραμόρφωσης με τη συχνότητα και οφείλεται στην απουσία του όρου $\sin x/x$ από την αναλυτική εξίσωση της PWM στο πεδίο της συχνότητας. Ο υψηλοδιαβατός αυτός χαρακτήρας του σφάλματος, μπορεί επίσης να παρατηρηθεί και στο πεδίο του χρόνου, υπό την μορφή των απότομων μεταβάσεων που παρατηρούνται στην αντίστοιχη κυματομορφή σε κάθε περίοδο PCM δειγματοληψίας.

Στο **Σχήμα 3.8** φαίνονται οι φασματικές καμπύλες που ελήφθησαν στην περίπτωση τυπικού ηχητικού υλικού που εφαρμόστηκε ως είσοδος στον PWM διαμορφωτή. Η ισχυρή εξάρτηση του φασματικού περιεχομένου του σφάλματος μετατροπής από το PCM σήμα είναι και πάλι εμφανής, γεγονός που αιτιολογεί την εξάρτηση των PWM παραγόμενων παραμορφώσεων από το συχνοτικό περιεχόμενο του σήματος εισόδου. Επιπλέον, ο ευρύς υψηλοδιαβατός χαρακτήρας του φάσματος στο **Σχήμα 3.8(γ)** μπορεί και πάλι να αιτιολογηθεί από την αρμονική διαμόρφωση του PCM σήματος εισόδου και την απουσία του όρου \sin/x από την αναλυτική συχνοτική έκφραση της PWM διαμόρφωσης.



Σχήμα 3.8: Φάσματα PCM, PWM και παραγόμενου σφάλματος μετατροπής για τυπική ηχητική κυματομορφή ($N=8\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$): (α) Φάσμα στιγμιαίας δειγματοληψίας PCM (β) φάσμα τάξης D 1-bit PWM κυματομορφής (γ) φάσμα παραγόμενου σφάλματος.

3.7. Παραμορφώσεις οφειλόμενες σε jitter

Το jitter ορίζεται γενικά ως η χρονική ολίσθηση των ψηφιακών παλμών που συνθέτουν ένα ψηφιακό σήμα οποιασδήποτε μορφής κωδικοποίησης. Σε ψηφιακές ηχητικές εφαρμογές συναντάται υπό την μορφή χρονικής ολίσθησης των ψηφιακών παλμών του ηχητικού σήματος, ή ως η χρονική μετατόπιση των χρονικών στιγμών της δειγματοληψίας του

(sampling clock jitter). Στην πρώτη του μορφή το jitter αντιπροσωπεύει ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες εισαγωγής παραμόρφωσης που επηρεάζει δραματικά την συνολική απόδοση ενός ψηφιακού ηχητικού συστήματος [31], ενώ το sampling clock jitter αποτελεί έναν από τους βασικότερους περιορισμούς για την υλοποίηση ιδανικών Αναλογικό-σε-Ψηφιακό και Ψηφιακό-σε-Αναλογικό μετατροπέων [50], η δε επίδρασή του εξαρτάται άμεσα από τον τύπο της ψηφιακής κωδικοποίησης στην οποία εμφανίζεται (π.χ. multibit, 1-bit), καθιστώντας έτσι δύσκολη την εκτίμηση του μεγέθους της παραμόρφωσης που εισάγει.

Όπως αποδείχθηκε προηγουμένως η PCM-σε-PWM μετατροπή έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας 1-bit PWM παλμοσειράς, με ρυθμό μετάδοσης ίσο προς f_p . Κάνοντας χρήση της αναλυτικής απεικόνισης της PWM-μετατροπής, όπως αυτή περιγράφεται από την εξ. (2.13), είναι δυνατό να μελετηθεί η επίδραση του jitter στην PWM παλμοσειρά. Η μελέτη αυτή πραγματοποιήθηκε για δύο διαφορετικές περιπτώσεις: α) όταν το jitter παρουσιάζεται στο υπό διαμόρφωση PCM σήμα (πριν την PWM μετατροπή) ως sampling clock jitter και β) στην περίπτωση όπου το jitter εμφανίζεται κατευθείαν στο PWM χρονικό πεδίο. Για την εκτίμηση της επίδρασης του jitter και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις θεωρήθηκαν δύο διαφορετικές μορφές jitter (βλέπε σχετικά στο Κεφάλαιο 5): ημιτονική και στατιστικά τυχαία (random) με καθορισμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, ενώ ως PCM σήματα εισόδου επιλέχθηκαν ημιτονικά σήματα, μεταβλητής συχνότητας και πλάτους και διαφορετικών παραμέτρων PCM κωδικοποίησης (ευκρίνεια κβαντισμού, συχνότητα δειγματοληψίας).

3.7.1 Βασική θεωρία jitter

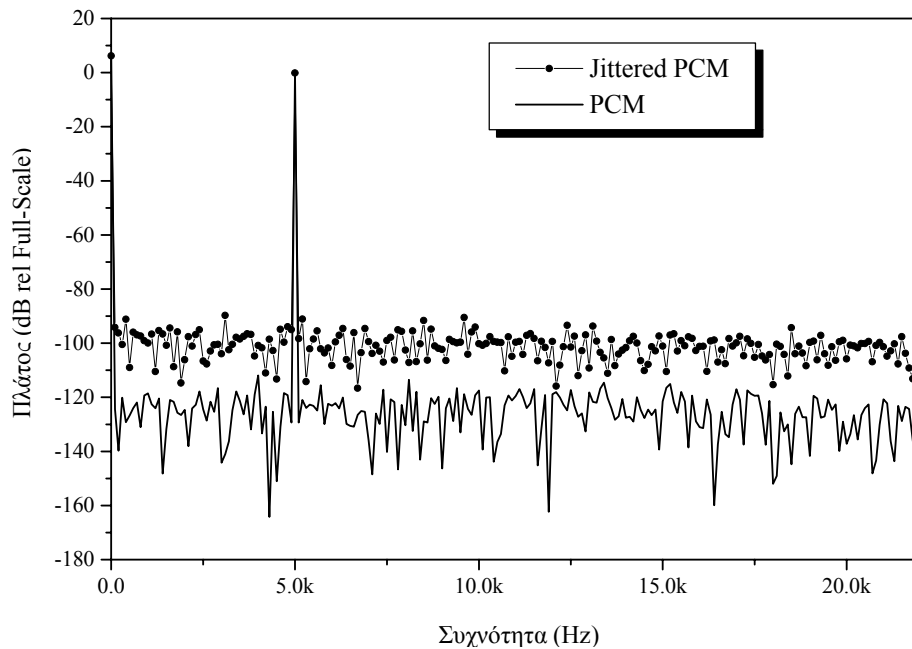
Είναι ευρύτερα γνωστό ότι όλα τα ψηφιακά ηχητικά συστήματα είναι σχεδιασμένα με βάση την αρχή της δειγματοληψίας των σημάτων σε ισαπέχοντα χρονικά σημεία (κανονική δειγματοληψία, uniform sampling) [10]. Παρόλα αυτά, είναι επίσης γνωστό [23] ότι η θεωρητική απόδοση τέτοιων συστημάτων μειώνεται εξαιτίας διαφόρων μορφών παραμόρφωσης που οφείλεται στην μη ιδανική λειτουργία των ηλεκτρονικών στοιχείων που τα αποτελούν. Μια τέτοια μορφή παραμόρφωσης είναι, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η ολίσθηση (μετατόπιση) των χρονικών στιγμών που αντιστοιχούν στη δειγματοληψία των ηχητικών σημάτων (sampling clock jitter), η οποία συνήθως δημιουργείται λόγω της παρουσίας θορύβου ή ηλεκτρομαγνητικών παρεμβολών στο κύκλωμα-ταλαντωτή που παράγει τη βασική συχνότητα χρονισμού του συστήματος.

Δεδομένου ότι, ιδανικά, τα ψηφιακά ηχητικά δεδομένα θα υπόκεινται δειγματοληψία σε κανονικά χρονικά διαστήματα, ίσα προς την περίοδο δειγματοληψίας T_s , η ακολουθία των ιδανικά παραγόμενων ψηφιακών δειγμάτων θα είναι $s(kT_s)$, όπου k ένας ακέραιος που αντιστοιχεί στο k -οστό ψηφιακό ηχητικό δείγμα. Στην πράξη, ένα ψηφιακό ηχητικό σύστημα θα παρουσιάζει jitter, με αποτέλεσμα τα παραγόμενα δείγματα να είναι της μορφής $s(kT_s + \tau_k)$, όπου τ_k η χρονική ολίσθηση της στιγμής δειγματοληψίας που εισάγεται υπό μορφή sampling clock jitter. Το παραγόμενο σφάλμα μεταξύ της ιδανικής και πρακτικής ακολουθίας δειγμάτων σε αυτήν την περίπτωση θα είναι:

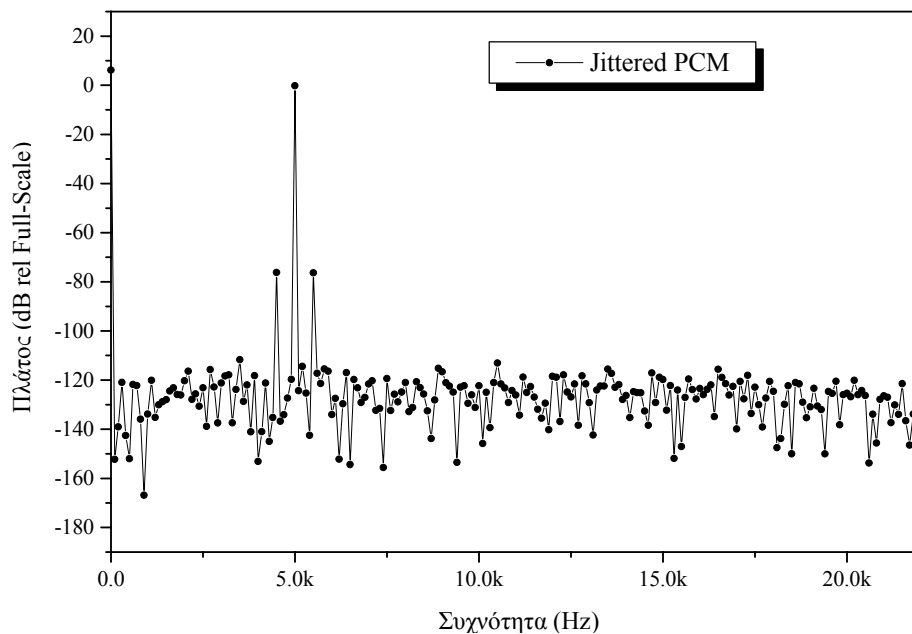
$$E_{k,PCM} = s(kT_s + \tau_k)\delta(t - kT_s - \tau_k) - s(kT_s)\delta(t - kT_s) \quad (3.35)$$

όπου $\delta(t)$ είναι η συνάρτηση dirac. Η παραπάνω εξίσωση δείχνει ότι το σφάλμα που παράγεται λόγω της ύπαρξης του jitter αποτελείται από δύο συνιστώσες: α) μια χρονική συνιστώσα, εκφραζόμενη μέσω του όρου τ_k που περιγράφει την ολίσθηση (shifting) της στιγμής δειγματοληψίας και β) τη συνιστώσα πλάτους που είναι ίση με $s(kT_s + \tau_k) - s(kT_s)$, η οποία οφείλεται στη διαφορά των τιμών πλάτους του ιδανικού και του (jittered) δείγματος που λαμβάνεται στην πράξη.

Η επίδραση του jitter που εμφανίζεται κατά τη διαδικασία της δειγματοληψίας των ηχητικών δειγμάτων, όπως αυτή εκφράζεται από την εξ. (3.35), έχει μελετηθεί [49] για τυχαίο, στατιστικά ελεγχόμενο αλλά και περιοδικού τύπου jitter (π.χ. ημιτονοειδές), χρησιμοποιώντας δείγματα λαμβανόμενα από ημιτονικές κυματομορφές εισόδου. Αυτό που παρατηρήθηκε ήταν ότι, στην περίπτωση τυχαίου (μορφής λευκού θορύβου) jitter, λαμβάνει χώρα η αύξηση του επιπέδου του θορύβου κβαντισμού, με την αύξηση αυτή να είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο αυξάνει το μέγεθος της χρονικής ολίσθησης (**Σχήμα 3.9**). Αντίθετα, όταν το jitter θεωρηθεί ότι είναι μια ημιτονικού, χαμηλής συχνότητας, τύπου βρέθηκε ότι στο φάσμα της λαμβανόμενης PCM παλμοσειράς εγείρονται πλευρικές φασματικές συνιστώσες που απέχουν από τη συχνότητα που αντιστοιχεί στη συχνότητα εισόδου απόσταση ίση προς την συχνότητα του ημιτονικού jitter, το δε πλάτος των συνιστωσών αυτών αυξάνεται με την αύξηση του πλάτους του jitter και το πλάτος του ημιτονικού σήματος εισόδου (**Σχήμα 3.10**).



Σχήμα 3.9: Παράδειγμα επίδρασης τυχαίου (λευκού θορύβου) jitter μέγιστου πλάτους 10nsec στο φάσμα της παραγόμενης PCM ημιτονικής κυματομορφής μέγιστου πλάτους, βασικής συχνότητας 5kHz, $f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$.



Σχήμα 3.10: Παράδειγμα επίδρασης ημιτονικού jitter πλάτους 10nsec και συχνότητας 500Hz στο φάσμα της παραγόμενης PCM ημιτονικής κυματομορφής μέγιστου πλάτους, βασικής συχνότητας 5kHz, $f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$.

3.7.2 Αναλυτική περιγραφή του Jitter στο PWM πεδίο

Στην περίπτωση μετατροπής των PCM ηχητικών δεδομένων σε 1-bit PWM παλμοσειρά, η επίδραση του jitter είναι δυνατή, τόσο στο PCM πεδίο (όπως προηγουμένως), όσο και κατευθείαν στο PWM χρονικό πεδίο, προκαλώντας μικρές χρονικές μετατοπίσεις των ανερχόμενων και κατερχόμενων παρυφών των PWM παλμών. Το σφάλμα που παράγεται εξαιτίας της ύπαρξης του jitter στη δεύτερη περίπτωση εντός της k-οστής περιόδου δειγματοληψίας μπορεί να περιγραφεί με βάση την εξ. (3.35) στο PWM χρονικό πεδίο ως:

$$E_{k,PWM} = (-1)^{n_1} A \left[u(t - \tau_{k,lead}) - u(t - m_{lead,k} T_p) \right] + (-1)^{n_2} A \left[u(t - \tau_{k,trail}) - u(t - m_{trail,k} T_p) \right] \quad (3.36)$$

όπου $\tau_{k,lead}$ και $\tau_{k,trail}$ είναι οι τιμές της χρονικής μετατόπισης (jitter - σε δευτερόλεπτα) που μεταβάλλουν τη αρχική χρονική θέση των ανερχόμενων και κατερχόμενων ορίων των PWM παλμών ($m_{lead,k} T_p$ και $m_{trail,k} T_p$ αντίστοιχα) και n_1, n_2 ακέραιοι αριθμοί που δίνονται από τις σχέσεις:

$$n_1 = \begin{cases} 2, & \text{εάν } \tau_{k,lead} < 0 \\ 1, & \text{εάν } \tau_{k,lead} > 0 \end{cases} \quad \text{και} \quad n_2 = \begin{cases} 2, & \text{εάν } \tau_{k,trail} < 0 \\ 1, & \text{εάν } \tau_{k,trail} > 0 \end{cases} \quad (3.37)$$

και οι οποίοι καθορίζουν το πρόσημο της μετατόπισης των παρυφών των PWM παλμών.

Η εκτενής μελέτη της επίδρασης του jitter στο PCM και PWM πεδίο κατά την PWM μετατροπή δίνεται στο Κεφάλαιο 5.

3.8. Σύνοψη Κεφαλαίου

Στο Κεφάλαιο αυτό δόθηκε απάντηση σε δύο βασικά ερωτήματα που αφορούν στην μετατροπή ηχητικών ψηφιακών δεδομένων PCM σε PWM ακολουθία παλμών και είναι: α) Γιατί κατά την μετατροπή ψηφιακών ηχητικών PCM σημάτων σε 1-bit PWM παλμοσειρά δημιουργούνται παραμορφώσεις και β) ποιά είναι η ακριβής φύση των παραμορφώσεων αυτών;

Η εύρεση των απαντήσεων στα παραπάνω ερωτήματα στηρίχθηκε στην χρήση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM, της οποίας η περιγραφή δόθηκε στο Κεφάλαιο 2,

θεωρώντας ημιτονικές κυματομορφές εισόδου σε αναλυτική μορφή. Αποδείχθηκε τελικά, ότι οι PWM-παραμορφώσεις οφείλονται σε μία FM-τύπου διαμόρφωση του σήματος εισόδου, η οποία αιτιολογεί και τη συσχέτιση του πλάτους των παραμορφώσεων με τα χαρακτηριστικά του σήματος εισόδου (πλάτος και συχνοτικό περιεχόμενο) καθώς και τις παραμέτρους μετατροπής (π.χ. συχνότητα δειγματοληψίας). Επιπλέον, κάνοντας χρήση της στιγμιαία δειγματολειπούμενης PCM κωδικοποίησης, δόθηκε η ακριβής περιγραφή του σφάλματος της PCM-σε-PWM μετατροπής στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας, με βάση την οποία διαπιστώθηκε η αδυναμία της κατευθείαν εκμετάλλευσης του σφάλματος αυτού για την ανάπτυξη τεχνικών μείωσης ή/και καταστολής των PWM παραμορφώσεων, λόγω της υβριδικής του αναπαράστασης ταυτόχρονα στο πεδίο του πλάτους και του χρόνου.

Κεφάλαιο 4: Τεχνικές μείωσης PWM παραμορφώσεων

4.1 Εισαγωγή

Από την ανάλυση του προηγούμενου Κεφαλαίου είναι προφανές ότι για τη σχεδίαση και ανάπτυξη ψηφιακών ηχητικών συστημάτων υψηλής πιστότητας που κάνουν χρήση της PWM διαμόρφωσης, απαιτείται η μείωση ή και καταστολή των παραγόμενων σε αυτήν την περίπτωση παραμορφώσεων. Η χρήση της υπερδειγματοληψίας, όπως θα αποδειχθεί και στο Κεφάλαιο 5, είναι ικανή να το επιτύχει, σε αυτήν την περίπτωση όμως ο τελικός ρυθμός PWM ρολογιού αυξάνεται αναλογικά και γίνεται εξαιρετικά υψηλός. Για το λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές αντιμετώπισης των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων, οι οποίες αναφέρονται εν συντομία στις επόμενες παραγράφους.

4.2 Αντιμετώπιση PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων

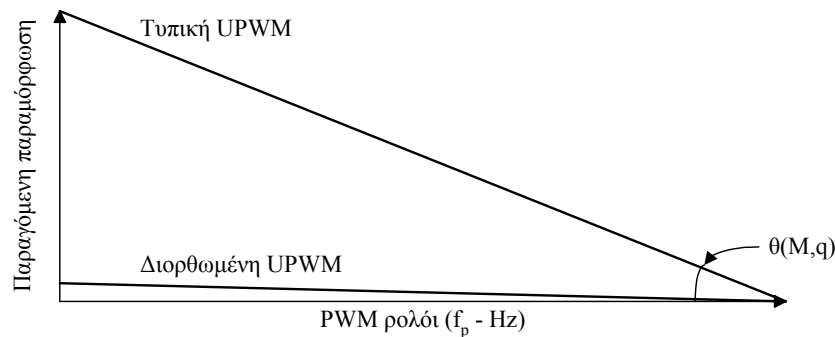
Η βασική αρχή από την οποία διέπονται όλες οι μέχρι στιγμής ανεπτυχθέντες στρατηγικές αντιμετώπισης των παραμορφώσεων που δημιουργούνται στην έξοδο των κανονικής δειγματοληψίας PWM μετατροπών είναι η μετατροπή των κβαντισμένων προς διαμόρφωση ηχητικών δειγμάτων σε PWM παλμοσειρά, η οποία θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από χαμηλά επίπεδα μη-γραμμικής παραμόρφωσης. Ιδανικά, κάτι τέτοιο μπορεί να επιτευχθεί μόνο με εφαρμογή υπερδειγματοληψίας στα ψηφιακά ηχητικά δεδομένα πριν την PWM μετατροπή και ταυτόχρονη χρήση μεθόδων μορφοποίησης θορύβου. Ο εφαρμοζόμενος όμως παράγοντας υπερδειγματοληψίας, στην πράξη, πρέπει να είναι περιορισμένος, λόγω της αύξησης της συχνότητας επανάληψης των PWM παλμών που δημιουργεί η αύξησή του (άρα και της μείωσης της επιτυγχανόμενης από την ψηφιακή ενίσχυση απόδοσης), και της αντίστοιχης αύξησης του ρυθμού ροής των παραγόμενων 1-bit PWM δεδομένων, ο οποίος αυξάνει

κατακόρυφα το βαθμό των πρακτικών δυσκολιών και προβλημάτων που αντιμετωπίζονται σε τέτοιες υλοποιήσεις.

Στο **Σχήμα 4.1** απεικονίζεται η βασική αρχή των μεθόδων αντιμετώπισης των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων, λαμβάνοντας υπ' όψιν το πώς αυτές επηρεάζονται από την συχνότητα δειγματοληψίας των δεδομένων εισόδου (και τον αντίστοιχο PWM ρυθμό ρολογιού). Εάν θεωρήσουμε (για λόγους ευκολίας απεικόνισης) ότι η σχέση μεταξύ του PWM ρολογιού και της συνολικά παραγόμενης PWM παραμόρφωσης είναι γραμμική, η απεικονιζόμενη γωνία κλίσης θ , καθορίζει τη ποσοτική σχέση μεταξύ του PWM ρυθμού ρολογιού f_p , όπως αυτός ορίζεται από την σχέση:

$$f_p = 2(2^N - 1)Rf_s \quad (4.1)$$

υπό σταθερό N (έτσι ώστε ο παραγόμενος από τον κβαντισμό των δεδομένων εισόδου θόρυβος να μην λαμβάνεται υπόψιν) και του μεγέθους των PWM παραμορφώσεων. Προφανώς, η γωνία αυτή εξαρτάται από το πλάτος του σήματος εισόδου (εκφρασμένο από το δείκτη διαμόρφωσης M) και, ειδικά για ημιτονικά σήματα, από το συχνοτικό πηλίκο $q = f_{input}/f_s$ (όπου f_{input} το συχνοτικό περιεχόμενο του τόνου εισόδου). Στόχος των τεχνικών συμπίεσης ή/και καταστολής των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων είναι η ελαχιστοποίηση της γωνίας $\theta(M, q)$, ειδικά για τις πλέον δυσμενείς περιπτώσεις μετατροπής (δηλαδή για υψηλές τιμές των παραμέτρων M και q).



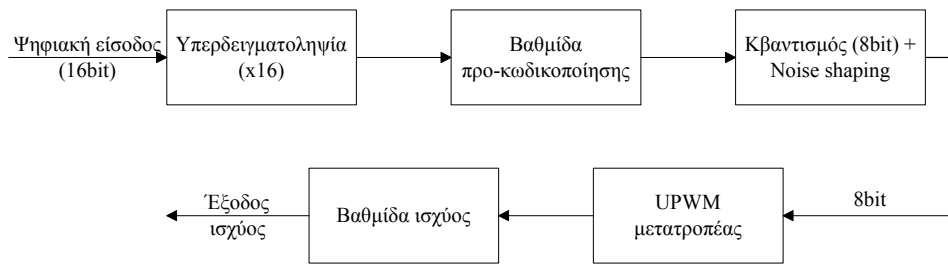
Σχήμα 4.1: Προσεγγιστική γραφική απεικόνιση της βασικής αρχικής των υπάρχοντων μεθόδων αντιμετώπισης των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων.

4.3 Υφιστάμενες μέθοδοι αντιμετώπισης PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων

Η εφαρμογή υπερδειγματοληψίας ήταν ιστορικά η πρώτη προσέγγιση αντιμετώπισης του προβλήματος της μη γραμμικής παραμόρφωσης που συνεπάγεται η UPWM μετατροπή [1]. Οι Goldberg και Sandler (1991) [19] μελέτησαν πρώτοι τη συνδυασμένη χρήση υπερδειγματοληψίας και τεχνικών μορφοποίησης θορύβου (noise-shaping) πριν την PWM μετατροπή και την επίδραση που αυτές έχουν στην PWM-παραγόμενη μη γραμμική παραμόρφωση, ακολουθούμενοι από τον Craven (1993) [39] ο οποίος πρότεινε νέες τοπολογίες φίλτρων μη-γραμμικής μορφοποίησης θορύβου, βασιζόμενες στην ανατροφοδότηση του παραγόμενου σφάλματος της PWM μετατροπής και τελευταία από τους Midya et. al. [42] οι οποίοι προτείνουν την ολοκληρωτική μορφοποίηση θορύβου (Integral Noise Shaping, INS) για τη βελτίωση του λόγου Σήματος προς Θόρυβο σε PWM-based ψηφιακούς ενισχυτές. Επίσης, κάποιες άλλες προσπάθειες, έκαναν χρήση κβαντιστών βελτιστοποιημένων ψυχοακουστικά, πριν την PWM μετατροπή, επιτυγχάνοντας μέτρια αποτελέσματα [16].

Στην πράξη, η διαδοχική αύξηση του παράγοντα της υπερδειγματοληψίας που εφαρμόζεται στα υπό διαμόρφωση ψηφιακά ηχητικά δεδομένα, μετατρέπει την κανονικής δειγματοληψίας UPWM διαμόρφωση σε φυσικής δειγματοληψίας PWM (NPWM), η οποία δεν χαρακτηρίζεται από αρμονική παραμόρφωση, παρά μόνο από παραμόρφωση ενδιαδιαμόρφωσης [53]. Λόγω όμως του υψηλού ρυθμού υπερδειγματοληψίας, η τελευταία τίθεται εκτός της ακουστικής περιοχής, με αποτέλεσμα, εντός της βασικής ζώνης ακουστών συχνοτήτων, να μην εμφανίζεται οποιασδήποτε μορφής παραμόρφωση.

Οι συνεπαγόμενοι υψηλοί ρυθμοί επανάληψης των PWM παλμών της προσέγγισης αυτής, οδήγησαν στη δημιουργία κάποιων τεχνικών [13] που εξομοιώνουν την προσέγγιση της UPWM με NPWM με μειωμένη χρήση υπερδειγματοληψίας (τυπικά x16) και με ταυτόχρονη χρήση πολύπλοκων αριθμητικών επαναληπτικών αλγορίθμων, προσεγγίζοντας έτσι τις ενδιάμεσες τιμές του σήματος εισόδου που θεωρητικά διαμορφώνουν τις παρυφές των NPWM παλμών (π.χ. χρήση επαναληπτικής μεθοδολογίας τύπου Newton-Raphson [20], γραμμικά ελεγχόμενης παρεμβολής δειγμάτων [40]). Τέτοιες μεθοδολογίες αναφέρονται συνήθως ως τεχνικές προ-κωδικοποίησης (pre-compensating strategies) και οι ολοκληρωμένες υλοποιήσεις ψηφιακών PWM μετατροπέων που στηρίζονται σε αυτές ακολουθούν τη γενική μορφή του **Σχήματος 4.2**. Σε γενικές γραμμές, το αποτέλεσμα της εφαρμογής τους είναι η μερική αντιμετώπιση του προβλήματος των μη γραμμικών παραμορφώσεων με χρήση μειωμένου παράγοντα υπερδειγματοληψίας και ταυτόχρονα υψηλό υπολογιστικό κόστος.



Σχήμα 4.2: Γενική μορφή της δομής των υλοποιήσεων που βασίζονται σε τεχνικές προ-κωδικοποίησης για την συμπίεση των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων.

Μια πρωτότυπη μέθοδος προτάθηκε το 1992 από τον Hawkford [32] η οποία, λαμβάνοντας υπόψιν την FM-τύπου διαμόρφωση στην οποία υπόκειται το σήμα που εφαρμόζεται στην είσοδο του UPWM διαμορφωτή, υπολογίζει συντελεστές FIR φίλτρων, χρονικά μεταβαλλόμενους, ανάλογα με το πλάτος του σήματος εισόδου, μέσα από τα οποία διέρχεται το ψηφιακό σήμα εισόδου πριν την μετατροπή του σε PWM παλμοσειρά. Το επιτυγχάνόμενο αποτέλεσμα για ημιτονικές κυματομορφές είναι ικανοποιητικό, μόνο για μικρές συχνότητες και πλάτη σήματος εισόδου (τυπικά της τάξης του 1kHz και -20dB-FS) και για περιορισμένη δυναμική περιοχή (τυπικά για $N=10\text{bit}$). Επιπλέον, στην πράξη, η υλοποίηση ενός τέτοιου συστήματος προϋποθέτει τη δημιουργία μιας τράπεζας 2^N διαφορετικών FIR φίλτρων (ή τον υπολογισμό των συντελεστών τους σε πραγματικό χρόνο, ανάλογα με την τιμή του πλάτους του δείγματος εισόδου), αυξάνοντας την πολυπλοκότητα και το επαγόμενο κόστος.

Η PWM μετατροπή πολλαπλών τιμών (καταστάσεων) έχει μελετηθεί ως εναλλακτική στρατηγική αντιμετώπισης των PWM παραμορφώσεων με χρήση μικρών τιμών παράγοντα υπερδειγματοληψίας. Ο Nielsen [24] ανέπτυξε μια μορφή PWM μετατροπής καλούμενη “Parallel Phase Shifted Carrier Pulse Width Modulation” (PSCPPWM), κατά την οποία τα πλάτη των PWM-παραγόμενων παλμών μπορούν να πάρουν περισσότερες των δύο τιμών (multi-level PWM pulses). Η απόδοση που επιτυγχάνει η τεχνική αυτή είναι πολύ ικανοποιητική για όλες σχεδόν τις συνθήκες μετατροπής και με χρήση μικρού παράγοντα υπερδειγματοληψίας ($q=1/16$), αλλά η εφαρμογή της σε ψηφιακές συσκευές ενίσχυσης ισχύος γίνεται αρκετά πολύπλοκη, εξαιτίας της απαιτούμενης παράλληλης σύνδεσης n βαθμίδων διακοπτικών στοιχείων εξόδου (όπου n το πλήθος των διαφορετικών τιμών που μπορούν να πάρουν τα πλάτη των PWM πλάμων).

Η multi-level PWM κωδικοποίηση μελετήθηκε επίσης από τον Hawksford [33], ο οποίος τη συνδύασε με τη μέθοδο δυναμικού (μεταβλητού) προ-φιλτραρίσματος που αναφέρθηκε

προηγούμενως, αυξάνοντας όμως ακόμα περισσότερο την τελική πολυπλοκότητα συσκευών ψηφιακής ενίσχυσης που βασίζονται στην προσέγγιση αυτή. Το 1999, προτάθηκε από τους Streitenberger et. al. [36] ένας νέος τύπος PWM διαμόρφωσης βασισμένος στην click διαμόρφωση που εφηύρε ο Logan το 1984. Τα αποτελέσματα που λαμβάνονται ως προς τις παραγόμενες παραμορφώσεις είναι άκρως ικανοποιητικά, ο υπολογισμός όμως των ορίων των PWM παλμών βασίζεται σε πολύπλοκους μαθηματικούς μετασχηματισμούς (π.χ. μετασχηματισμό Hilbert), οι οποίοι εισάγουν σφάλματα προσέγγισης κατά τον υπολογισμό τους, είναι εξαιρετικά χρονοβόροι για υλοποίηση σε πραγματικό χρόνο, ενώ πρέπει να εκτελούνται σε πολύ υψηλές ταχύτητες ρολογιού, αντίστοιχες με αυτές του PWM ρυθμού.

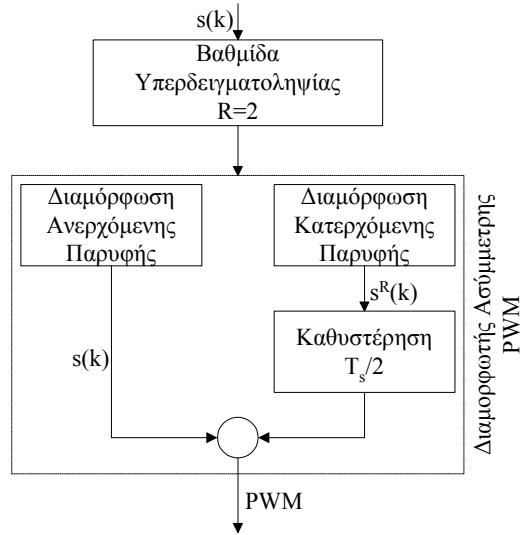
4.4 Προτεινόμενες μέθοδοι αντιμετώπισης PWM παραμορφώσεων

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, αναπτύχθηκαν και μελετήθηκαν αναλυτικά και αριθμητικά δύο μεθοδολογίες καταστολής των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων. Από αυτές, η πρώτη, καλείται ασύμμετρη PWM διαμόρφωση (A-UPWM) [3] και επιτυγχάνει μερική καταστολή των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων, χωρίς τη χρήση υπερδειγματοληψίας στο PWM χρονικό πεδίο: Η δεύτερη τεχνική είναι ένας αλγόριθμος πλήρους καταστολής των παραμορφώσεων που σχετίζεται με την PWM μετατροπή, καλούμενη ως “Jither” [5]. Η αναλυτική παρουσίαση και των δύο αυτών τεχνικών δίνεται στις επόμενες παραγράφους.

4.5 Ασύμμετρη PWM διαμόρφωση

Η Ασύμμετρη PWM (Asymmetric, uniformly-sampled PWM, A-UPWM) αποτελεί μια πρωτότυπη τεχνική με την οποία επιτυγχάνεται σημαντική μείωση της μη γραμμικής παραμόρφωσης που οφείλεται στην UPWM μετατροπή, χωρίς την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας στο PWM χρονικό πεδίο και κατ' επέκταση με ταυτόχρονη διατήρηση του ρυθμού του PWM ρολογιού σε χαμηλά επίπεδα τιμών [3]. Η μέθοδος στην οποία στηρίζεται η τεχνική αυτή παρουσιάζεται υπό μορφή block διαγράμματος στο **Σχήμα 4.3**. Σύμφωνα με το παραπάνω Σχήμα, τα κωδικοποιημένα κατά PCM ηχητικά δεδομένα εισόδου $s(k)$ υπόκεινται σε υπερδειγματοληψία κατά παράγοντα $R=2$, αποτέλεσμα της οποίας είναι, μεταξύ δύο αρχικών διαδοχικών PCM δειγμάτων $s(k)$ και $s(k+1)$ να υπολογίζεται ένα επιπλέον δείγμα $s^R(k)$. Στη συνέχεια, τα ψηφιακά δείγματα $s(k)$ και $s^R(k)$ τροφοδοτούν ένα σύστημα αναλυτικής απεικόνισης ηχητικών PCM σημάτων σε 1-bit PWM ασύμμετρου

παλμούς. Το σύστημα αυτό ουσιαστικά υλοποιεί μια παραλλαγή της μαθηματικής αναλυτικής απεικόνισης PCM σημάτων σε PWM παλμούς που αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 2, παράγοντας σε κάθε k-οστή PCM περίοδο έναν ασύμμετρο PWM παλμό, του οποίου, η μεν ανερχόμενη παρυφή διαμορφώνεται με βάση την τιμή $s(k)$ του σήματος εισόδου, η δε κατερχόμενη, με βάση την τιμή $s^R(k)$.



Σχήμα 4.3: Block διάγραμμα A-UPWM τεχνικής.

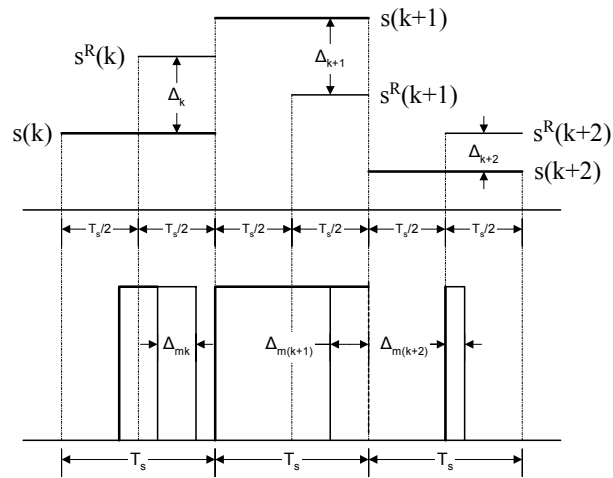
Η αναλυτική μαθηματική σχέση που περιγράφει την παραπάνω μέθοδο απεικόνισης προκύπτει εύκολα από την εξ. (2.13) αν ο παραγόμενος PWM παλμός θεωρηθεί ως το άθροισμα δύο διαδοχικών PWM παλμών, ενός διαμορφωμένου κατά την ανερχόμενη παρυφή του (leading-edge PWM) με βάση την τιμή $s(k)$, εντός της πρώτης ημιπεριόδου της k-οστής περιόδου PCM δειγματοληψίας κι ενός διαμορφωμένου κατά την κατερχόμενη παρυφή του (trailing-edge PWM) με βάση την τιμή $s^R(k)$, εντός της δεύτερης ημιπεριόδου, δηλαδή

$$PWM_k(m) = A[u(m - (2k + 1 - a_k)) - u(m - (2k + 1 + a_k^R))] \quad (4.2)$$

όπου $a_k = s(k)/S_{max}$, $a_k^R = s^R(k)/S_{max}$ και S_{max} η μέγιστη δυνατή τιμή του PCM σήματος εισόδου, η οποία αντιστοιχεί σε 0dB-Full Scale (dB-FS). Η συνολικά παραγόμενη PWM ακολουθία παλμών περιγράφεται και πάλι από την εξίσωση (2.12).

Στο **Σχήμα 4.4** φαίνεται ένα παράδειγμα εφαρμογής της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM που περιγράφεται από την εξ. (4.2). Σε κάθε k-οστή περίοδο δειγματοληψίας, η ανερχόμενη παρυφή κάθε PWM παλμού καθορίζεται από την τιμή $s(k)$ του PCM σήματος εισόδου, ενώ η κατερχόμενη από το σήμα $s^R(k)$ που προκύπτει από την υπερδειγματοληψία

(με $R=2$) των PCM δειγμάτων εισόδου. Κατά συνέπεια, η διαφορά $\Delta_k = s^R(k) - s(k)$ των τιμών πλάτους μεταξύ των δεδομένων που προκύπτουν από την υπερδειγματοληψία και των αρχικών δεδομένων λαμβάνεται υπόψιν στη διαμόρφωση της κατερχόμενης παρυφής του αντίστοιχου PWM παλμού μέσω της αύξησης ή μείωσης (ανάλογα του προσήμου) του χρονικού εύρους του k -οστού PWM παλμού κατά $\Delta_{mk} T_p$, χωρίς η υπερδειγματοληψία στο PCM πεδίο να επηρεάζει τον τελικό ρυθμό λειτουργίας του PWM διαμορφωτή, ενώ, όπως και στο βασικό μοντέλο αναλυτικής απεικόνισης PCM σε PWM του Κεφαλαίου 2, ο κάθε PWM παλμός εντός της k -οστής περιόδου PCM δειγματοληψίας ορίζεται ως το άθροισμα στοιχειωδών PWM παλμών διάρκειας T_p , της οποίας η τιμή δίνεται από την εξ. (2.1).

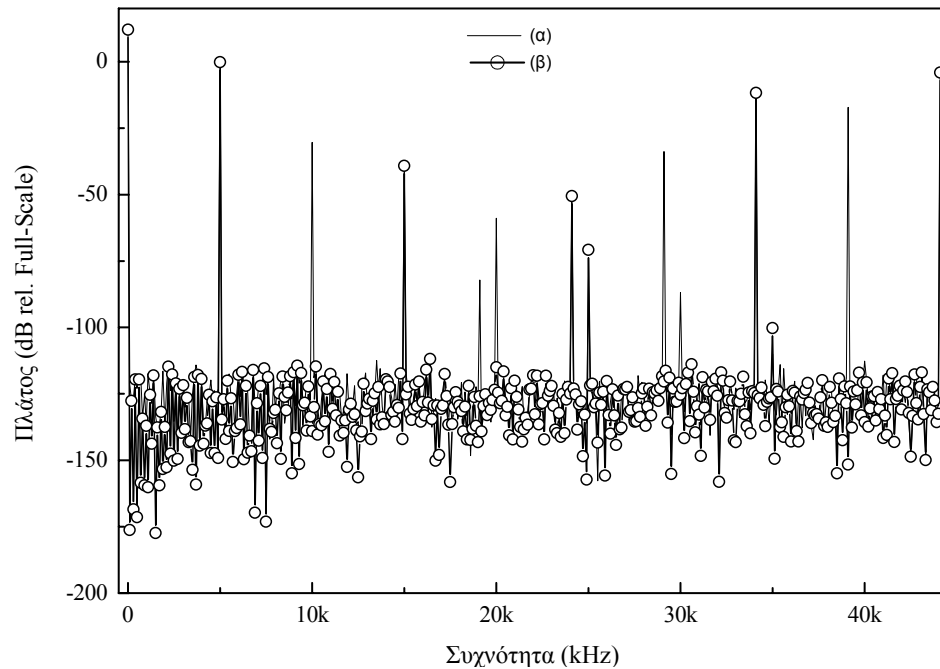


Σχήμα 4.4: Παράδειγμα απεικόνισης PCM σήματος σε A-UPWM ακολουθία παλμών.

4.5.1 Απόδοση A-UPWM μετατροπής

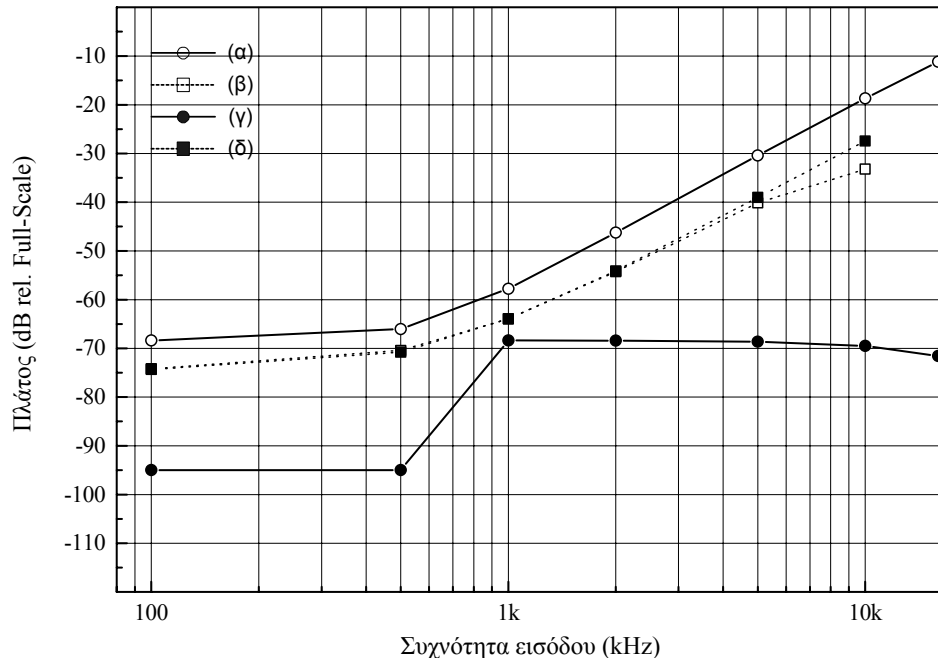
Ένα τυπικό παράδειγμα της απόδοσης της A-UPWM διαμόρφωσης φαίνεται στο **Σχήμα 4.5**, όπου απεικονίζεται το φάσμα της εξόδου του A-UPWM διαμορφωτή, όταν στην είσοδό του εφαρμοστεί ημιτονική PCM κυματομορφή, συχνότητας $f_{input}=5\text{kHz}$, δείκτη διαμόρφωσης $M=0.98$, συχνότητας δειγματοληψίας $f_s=44.1\text{kHz}$ και ευκρίκειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$, χωρίς την εφαρμογή της τεχνικής μείωσης των παραγόμενων παραμορφώσεων (κυματομορφή (α)) και με εφαρμογή της τεχνικής αυτής (κυματομορφή (β)). Από το Σχήμα αυτό γίνεται φανερό πως η χρήση της τεχνικής μείωσης των παραγόμενων παραμορφώσεων, επιτυγχάνει πλήρη συμπίεση του πλάτους των άρτιων αρμονικών της βασικής συχνότητας εισόδου f_{input} εντός της ακουστικής περιοχής συχνοτήτων στο επίπεδο του θορύβου κβαντισμού, εισάγοντας μια πολύ μικρή αύξηση στο πλάτος των περιττών αρμονικών, η οποία γίνεται μεγαλύτερη με την

αύξηση της συχνότητας f_{input} , είναι όμως πολύ μικρή σε όλες τις περιπτώσεις συχνότητας εισόδου σε σχέση με την πτώση που παρουσιάζει το πλάτος των άρτιων αρμονικών.



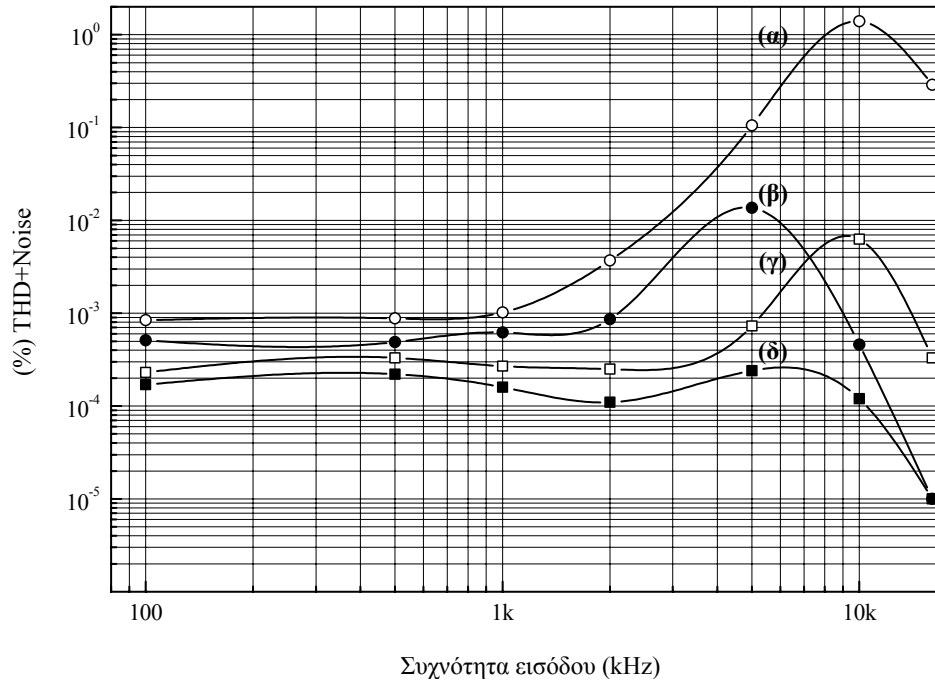
Σχήμα 4.5: Φάσμα PWM διαμορφωμένου ημιτονικού σήματος με $f_{input}=5\text{kHz}$, $M=0.98$, $f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$ (α) φάσμα UPWM (β) φάσμα A-UPWM.

Όπως αποδείχτηκε από μια σειρά πειραμάτων (εφαρμογή ημιτονικών PCM κυματομορφών με $100\text{Hz} \leq f_{input} \leq 16\text{kHz}$ στην είσοδο του A-UPWM διαμορφωτή), η παραπάνω παρατήρηση είναι γενική και ισχύει για οποιοδήποτε ημιτονικό PCM σήμα εισόδου. Έτσι, στο **Σχήμα 4.6** φαίνεται η μεταβολή του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής ως συνάρτησης της συχνότητας f_{input} του ημιτονικού PCM σήματος εισόδου στην περίπτωση της UPWM διαμόρφωσης (κυματομορφές (α) και (β) αντίστοιχα) και στην περίπτωση της A-UPWM (κυματομορφές (γ) και (δ)). Στο ίδιο Σχήμα είναι φανερό και η μικρή αύξηση του πλάτους της πρώτης περιττής αρμονικής κατά την A-PWM κωδικοποίηση με την αύξηση της συχνότητας f_{input} , η οποία όμως διατηρείται σε πολύ χαμηλά επίπεδα σε σχέση με την πτώση που παρουσιάζει το πλάτος της πρώτης άρτιας αρμονικής. Επίσης, στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι η κατά την PCM-σε-A-UPWM μετατροπή δεν εμφανίζονται τα προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης που εμφανίζονται κατά την συνήθη PCM σε PWM μετατροπή.



Σχήμα 4.6: Διάγραμμα μεταβολής του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής ως συνάρτησης της συχνότητας f_{input} του ημιτονικού σήματος εισόδου: (α) πλάτος UPWM άρτιας αρμονικής (β) πλάτος UPWM περιττής αρμονικής (γ) πλάτος A-UPWM άρτιας αρμονικής (δ) πλάτος A-UPWM περιττής αρμονικής.

Το διάγραμμα των τιμών της %THD+Noise ως συνάρτηση της συχνότητας f_{input} της PCM κυματομορφής εισόδου που μετρήθηκαν κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων για $M=0.98$, $f_s=44.1\text{kHz}$ και $N=8\text{bit}$, φαίνεται στο **Σχήμα 4.7**. Η καμπύλη (α) αποτελεί την μέτρηση της %THD+Noise του σήματος εξόδου του UPWM διαμορφωτή, ενώ η καμπύλη (β) την αντίστοιχη που μετρήθηκε κατά την A-UPWM μετατροπή. Από το Σχήμα αυτό παρατηρούμε ότι η απόδοση της A-UPWM είναι σημαντικά καλύτερη σε σχέση με την UPWM για όλο το εύρος των ακουστών συχνοτήτων, και αυξάνει με την αύξηση της συχνότητας εισόδου f_{input} , κάτι που μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι για συχνότητες εισόδου μεγαλύτερες των 7.5KHz περίπου, οι περιττές αρμονικές βρίσκονται εκτός της ακουστικής περιοχής συχνοτήτων, ενώ ταυτόχρονα η πρώτη άρτια αρμονική και τα προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης έχουν συμπεριστεί στο επίπεδο του θορύβου κβαντισμού. Συγχρόνως, κατά την A-UPWM μετατροπή, ο ρυθμός λειτουργίας f_p του PWM διαμορφωτή δεν μεταβάλλεται, καθώς η υπερδειγματοληψία που λαμβάνει χώρα στα PCM δεδομένα εισόδου, δεν εφαρμόζεται στο χρονικό PWM πεδίο.



Σχήμα 4.7: Διάγραμμα τιμών της %THD+Noise του παραγόμενου PWM σήματος ως συνάρτηση της συχνότητας f_{input} της PCM κυματομορφής εισόδου που μετρήθηκαν για $M=0.98$, $f_s=R_x44.1\text{kHz}$ και $N=8$: (α) UPWM, $R_{tot}=1$ (β) A-UPWM, $R_{tot}=1$ (γ) UPWM, $R_{tot}=4$ (δ) A-UPWM, $R_{tot}=4$.

Επιπλέον βελτίωση της απόδοσης της A-UPWM μπορεί να επιτευχθεί με χρήση υπερδειγματοληψίας στο χρονικό PWM πεδίο κατά το συνήθη τρόπο, γεγονός όμως που οδηγεί, όπως έχει ήδη αναφερθεί, σε αύξηση της συχνότητας λειτουργίας του PWM διαμορφωτή. Συγκεκριμένα, κατά την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας παράγοντα R_{tot} στα PCM δεδομένα και στο A-UPWM χρονικό πεδίο, η συμπίεση του πλάτους των άρτιων αρμονικών συνοδεύεται και από αντίστοιχη μείωση του πλάτους των περιττών αρμονικών λόγω της εφαρμογής της υπερδειγματοληψίας. Στο **Σχήμα 4.7** (κυματομορφές (γ) και (δ)) παρουσιάζεται η μέτρηση της %THD+Noise της προηγούμενης παραγράφου, έχοντας εφαρμόσει υπερδειγματοληψία παράγοντα $R_{tot}=4$ στα PCM δεδομένα εισόδου και στο χρονικό PWM πεδίο, κατά την UPWM (καμπύλη (γ)) και κατά την A-UPWM μετατροπή (καμπύλη (δ)).

4.6 Jither τεχνική καταστολής PWM-παραμορφώσεων

Η A-UPWM τεχνική που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο πρόκειται ουσιαστικά για έναν ασύμμετρο τύπο PWM διαμόρφωσης, ο οποίος χαρακτηρίζεται μόνο από αρμονικές παραμορφώσεις περιττής τάξης και προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης. Η πλήρης καταστολή των παραμορφώσεων αυτών και πάλι απαιτεί εφαρμογή υπερδειγματοληψίας, μειωμένου όμως παράγοντα.

Η θεωρία της A-UPWM κωδικοποίησης χρησιμοποιήθηκε περαιτέρω για την ανάπτυξη μιας πρωτότυπης τεχνικής πλήρους καταστολής των PWM-σχετιζόμενων παραμορφώσεων, η οποία ονομάστηκε “jither” [5], καθώς μπορεί να εφαρμοσθεί τόσο στο πεδίο του PCM πλάτους ως ψηφιακό σήμα dither κατάλληλα υπολογισμένο, ή ως ελεγχόμενη παραμόρφωση τύπου jitter στο χρονικό PWM πεδίο. Η τεχνική αυτή έχει ως βάση την προσέγγιση της NPWM διαμόρφωσης θεωρώντας αρχικά την UPWM μετατροπή, διαδικασία η οποία μέχρι στιγμής δεν έχει περιγραφεί αναλυτικά.. Για το λόγο αυτό είναι σκόπιμο να ξεκινήσουμε από τη συγκριτική μελέτη αυτών των κωδικοποιήσεων.

4.6.1 UPWM και NPWM μετατροπή

Ας θεωρήσουμε ότι το ψηφιακό σήμα που εφαρμόζεται στην είσοδο ενός PWM διαμορφωτή έχει συχνότητα δειγματοληψίας $f_s' = f_s$, έχει δηλαδή υποστεί $\times 2$ υπερδειγματοληψία πριν την μετατροπή του σε PWM παλμοσειρά (Σχήμα 4.8(α)). Το πλάτος του ψηφιακού αυτού σήματος μεταβάλλεται στο διάστημα $[0, S_{\max}]$ και είναι κβαντισμένο με N-bit ακρίβεια. Στην περίπτωση αυτή, η βασική περίοδος T_p (sec) της 1-bit PWM παλμοσειράς προκύπτει από την εξ. (2.1) ίση προς:

$$T_p = \frac{T_s}{2(2^N - 1)} = \frac{T_s'}{(2^N - 1)} \quad (4.3)$$

ενώ, σύμφωνα με την ανάλυση που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2, οι ανερχόμενες και κατερχόμενες παρυφές των PWM παλμών θα σημειώνονται στις χρονικές $m_{\text{lead},k}T_p$ και $m_{\text{trail},k}T_p$ (Σχήμα 4.8(β)) σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$s_q(kT_s) = CR_k(m_{\text{lead},k}) \quad (4.4\alpha)$$

$$s_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) = CR_k(m_{\text{trail},k}) \quad (4.4\beta)$$

όπου $s_q(kT_s)$ και $s_q(kT_s + T_s/2)$ είναι τα ψηφιακά δείγματα εισόδου (όπου ο δείκτης q δηλώνει κβαντισμένες τιμές) και $CR_k(m)$ η συνάρτηση διάκριτου χρόνου που περιγράφει το τριγωνικό σήμα αναφοράς που χρησιμοποιείται για την παραγωγή των PWM παλμών εντός της k -οστής περιόδου PCM δειγματοληψίας και η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$CR_k(m) = \begin{cases} -S_{\max} \frac{[m - 2k(2^N - 1)]}{2^N - 1} + S_{\max}, & 2k(2^N - 1) \leq m \leq (2k + 1)(2^N - 1) \\ S_{\max} \frac{[m - 2k(2^N - 1)]}{2^N - 1} - S_{\max}, & (2k + 1)(2^N - 1) \leq m \leq 2(k + 1)(2^N - 1) \end{cases} \quad (4.5)$$

Οι εξ. (4.4) και (4.5) συνδιαζόμενες δίνουν τα χρονικά σημεία έγερσης και πτώσης των PWM παλμών ως:

$$m_{\text{lead},k} T_p = \left(2k + 1 - \frac{s_q(kT_s)}{S_{\max}} \right) (2^N - 1) T_p = \left(2k + 1 - \frac{s_q(kT_s)}{S_{\max}} \right) \frac{T_s}{2} \quad (4.6\alpha)$$

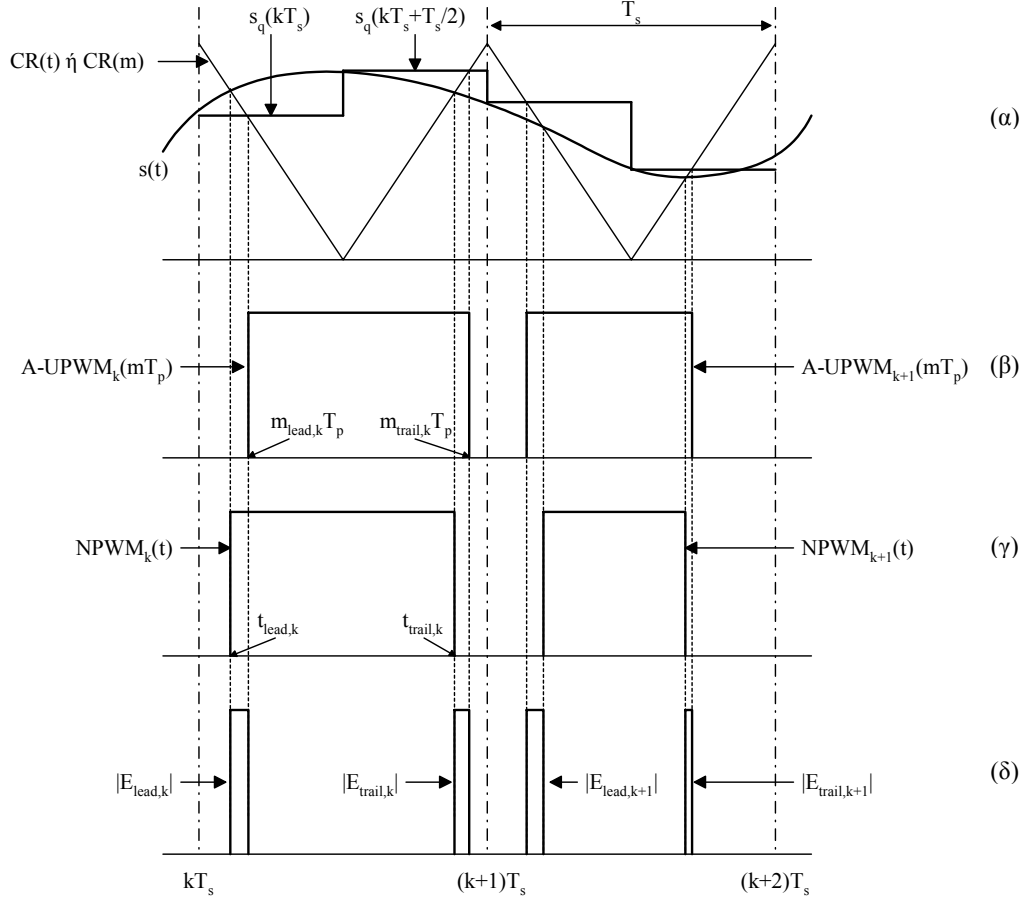
$$m_{\text{trail},k} T_p = \left(2k + 1 + \frac{s_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right)}{S_{\max}} \right) (2^N - 1) T_p = \left(2k + 1 + \frac{s_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right)}{S_{\max}} \right) \frac{T_s}{2} \quad (4.6\beta)$$

και ο αντίστοιχος ασύμμετρος (λόγω της διαμόρφωσης των δύο παρυφών από διαφορετικές τιμές σήματος εισόδου), κανονικής δειγματοληψίας PWM παλμός (A-UPWM) θα είναι:

$$\begin{aligned} A\text{-UPWM}_k(m) &= \\ &= A \left\{ u \left[m - (2k + 1 - a_q(kT_s))(2^N - 1) \right] - u \left[m - \left(2k + 1 + a_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) \right) (2^N - 1) \right] \right\} \quad (4.7) \end{aligned}$$

όπου $u(m)$ η διάκριτου χρόνου βηματική συνάρτηση, όπως ορίστηκε στην εξ. (2.11) και $a_q(kT_s)$ η κανονικοποιημένη τιμή του σήματος εισόδου.

Εάν τώρα θεωρήσουμε ένα αναλογικό σήμα εισόδου $s(t)$ στην είσοδο του διαμορφωτή, που όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 1 είναι η περίπτωση της PWM φυσικής δειγματοληψίας (NPWM), τα σημεία τομής του με το αναλογικής πλέον φύσης σήμα αναφοράς $CR_k(t)$ στην k -οστή θεμελιώδη περίοδο του προκύπτουν από τις σχέσεις (**Σχήμα 4.8(γ)**):



Σχήμα 4.8: Τυπική μορφή δεδομένων: (α) αναλογικό, ψηφιακό (x2 υπερδειγματοληψίας) PCM σήμα και τριγωνικός φορέας βασικής συχνότητας f_s (β) A-UPWM κυματομορφή (γ) NPWM κυματομορφή (δ) απόλυτη διαφορά A-UPWM και NPWM κυματομορφών.

$$t_{\text{lead},k} = \frac{T_s}{2} \left(2k + 1 - \frac{s(t_{\text{lead},k})}{S_{\text{max}}} \right) \quad (4.8\alpha)$$

$$t_{\text{trail},k} = \frac{T_s}{2} \left(2k + 1 + \frac{s(t_{\text{trail},k})}{S_{\text{max}}} \right) \quad (4.8\beta)$$

ενώ ο αντίστοιχος NPWM παλμός θα περιγράφεται από τη σχέση:

$$\text{NPWM}_k(t) = A[u(t - t_{\text{lead},k}) - u(t - t_{\text{trail},k})] \quad (4.9)$$

όπου A το πλάτος των NPWM παλμών και $u(t)$ η συνεχούς χρόνου βηματική συνάρτηση που ορίζεται ως:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (4.10)$$

4.6.2 Παραμορφώσεις λόγω της UPWM μετατροπής

Ας συγκρίνουμε τις χρονικές κυματομορφές της NPWM και A-UPWM παλμοσειράς, όπως αυτές περιγράφονται από τις εξ. (4.9) και (2.13) αντίστοιχα. Με δεδομένο ότι το πλάτος των PWM παλμών και στα δύο είδη διαμόρφωσης είναι σταθερό και ίσο προς A, η διαφορά τους (**Σχήμα 4.8(δ)**) μπορεί να οριστεί ως προς τις απόλυτες χρονικές τιμές που ορίζουν τα όρια των PWM παλμών ως:

$$E_k = E_{\text{lead},k} + E_{\text{trail},k} \quad (4.11)$$

όπου

$$E_{\text{lead},k} = A(t_{\text{lead},k} - m_{\text{lead},k} T_p) \quad (4.12\alpha)$$

$$E_{\text{trail},k} = A(t_{\text{trail},k} - m_{\text{trail},k} T_p) \quad (4.12\beta)$$

Αντικαθιστώντας τις εξ. (4.8) στις εξ. (4.12) παίρνουμε:

$$E_{\text{lead},k} = \frac{AT_s}{2S_{\text{max}}} [s_q(kT_s) - s(t_{\text{lead},k})] \quad (4.13\alpha)$$

$$E_{\text{trail},k} = \frac{AT_s}{2S_{\text{max}}} \left[s(t_{\text{trail},k}) - s_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) \right] \quad (4.13\beta)$$

Με δεδομένο ότι το σφάλμα $\varepsilon_{l,k}$ και $\varepsilon_{t,k}$ που προκύπτει από τον κβαντισμό πλάτους των διάκριτου χρόνου τιμών $s(kT_s)$ και $s(kT_s + T_s/2)$ σε ψηφιακά δείγματα $s_q(kT_s)$ και $s_q(kT_s + T_s/2)$ ορίζεται ως [52]:

$$\varepsilon_{l,k} = s(kT_s) - s_q(kT_s) \quad (4.14\alpha)$$

$$\varepsilon_{t,k} = s\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) - s_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) \quad (4.14\beta)$$

όπου $-\frac{\text{LSB}}{2} \leq \varepsilon_{l,k} \leq \frac{\text{LSB}}{2}$ και $-\frac{\text{LSB}}{2} \leq \varepsilon_{t,k} \leq \frac{\text{LSB}}{2}$, με LSB να αναπαριστά το διάστημα πλάτους που αντιστοιχεί στο ελάχιστο σημαντικό ψηφίο (Least Significant Bit) των PCM δεδομένων εισόδου, οι εξ. (4.13) γίνονται:

$$E_{\text{lead},k} = \frac{AT_s}{2S_{\text{max}}} [s(kT_s) - s(t_{\text{lead},k}) - \varepsilon_{t,k}] \quad (4.15\alpha)$$

$$E_{\text{trail},k} = \frac{AT_s}{2S_{\text{max}}} \left[s(t_{\text{trail},k}) - s\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) + \varepsilon_{t,k} \right] \quad (4.15\beta)$$

Παρατηρώντας τις παραπάνω εξισώσεις είναι προφανές ότι η χρονικώς ορισμένη διαφορά μεταξύ των A-UPWM και NPWM κυματομορφών σε κάθε περίοδο δειγματοληψίας T_s οφείλεται σε δύο ανεξάρτητους μηχανισμούς, οι οποίοι όμως δρουν ταυτόχρονα:

- α) τον κβαντισμό του σήματος εισόδου στο πεδίο του πλάτους που λαμβάνει χώρα πριν την A-UPWM μετατροπή και κατ' επέκταση την επηρεάζει, όπως εκφράζεται από τους όρους $\varepsilon_{t,k}$ και $\varepsilon_{t,k}$ και
- β) την χρονική ολίσθηση που παρατηρείται μεταξύ των στιγμών όπου λαμβάνει χώρα η δειγματοληψία του υπό διαμόρφωση σήματος εισόδου στην NPWM (χρονικές στιγμές $t_{\text{lead},k}$ και $t_{\text{trail},k}$) και στην A-UPWM διαμόρφωση (χρονικές στιγμές kT_s και $kT_s + T_s/2$).

Θεωρώντας τον πρώτο μηχανισμό είναι φανερό ότι στην περίπτωση της NPWM διαμόρφωσης, η αναλογική (και χρονικά συνεχής) φύση του πλάτους του σήματος εισόδου συνεπάγεται αντίστοιχες συνεχείς χρονικές μεταβλητές $t_{\text{lead},k}$ and $t_{\text{trail},k}$, οι οποίες και ορίζουν τις παρυφές των PWM παλμών. Από την άλλη μεριά, στην περίπτωση της A-UPWM μετατροπής, η κβαντισμένη (άρα και μη συνεχής) φύση του πλάτους του σήματος εισόδου έχει σαν αποτέλεσμα τις διάκριτου χρόνου μεταβλητές $m_{\text{lead},k}T_p$ και $m_{\text{trail},k}T_p$, οι οποίες ορίζουν τα όρια των A-UPWM παλμών. Έτσι, με δεδομένο ότι η περίοδος T_p αντιπροσωπεύει την ελάχιστη πιθανή χρονική διάρκεια κάθε A-UPWM παλμού, η οποία μπορεί να οριστεί από την απεικόνιση PCM-σε-PWM του ελάχιστα σημαντικού ψηφίου (LSB) της PCM κωδικοποίησης, το διάστημα T_p μπορεί να περιγραφεί και ως η ελάχιστη σημαντική χρονική μεταβολή (Least Significant time-Transition, LST) της A-UPWM κωδικοποίησης. Επιπλέον, όπως παρατηρούμε στις εξ. (4.15), η απεικόνιση του κβαντισμού πλάτους των PCM δειγμάτων $s_q(kT_s)$ και $s_q(kT_s + T_s/2)$ σε διάκριτη χρονική μεταβλητή, έχει την τυπική μορφή της ευρύτατα γνωστής διαδικασίας κβαντισμού κατά την οποία, υπό συγκεκριμένες συνθήκες [48] (οι οποίες γενικά ικανοποιούνται από οποιοδήποτε ψηφιακό ηχητικό σήμα) παράγεται θόρυβος που εκτείνεται σε όλες τις συχνότητες με πλάτος ίσο περίπου προς $6N$, όπου N η ευκρίνεια κβαντισμού.

Αν θεωρήσουμε τώρα το δεύτερο μηχανισμό δημιουργίας της A-UPWM και NPWM χρονικής διαφοράς, παρατηρούμε ότι στην περίπτωση της NPWM μετατροπής, οι παρυφές

των παραγόμενων NPWM παλμών συμπίπτουν απολύτως χρονικά με τις στιγμές στις οποίες το αναλογικό σήμα εισόδου «δειγματοληπτείται» και η λαμβανόμενη αυτή τιμή χρησιμοποιείται για την NPWM διαμόρφωση. Αυτή η φυσική (natural) και μη σταθερή χρονικά διαδικασία δειγματοληψίας του σήματος εισόδου έχει σα συνέπεια τη δημιουργία μόνον προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης [41] σε συχνότητες της μορφής:

$$f = ax(2f_s) - bx f_{input} \quad (4.16)$$

όπου a , b μη μηδενικοί ακέραιοι αριθμοί και f_{input} η συχνότητα του σήματος εισόδου. Αντίθετα, στην περίπτωση της A-UPWM κωδικοποίησης, η δειγματοληψία των διάκριτου χρόνου PCM δεδομένων σε αυστηρώς ισαπέχοντα χρονικά διαστήματα διάρκειας $T_s/2$ έχει σαν αποτέλεσμα τη συστηματική ολίσηση των παρυφών των PWM παλμών (σε σχέση με τις αντίστοιχες θέσεις τους στην NPWM διαμόρφωση) η οποία και δημιουργεί την FM-τύπου διαμόρφωση του σήματος εισόδου που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2 και είναι υπεύθυνη για τη δημιουργία των γνωστών αρμονικών παραμορφώσεων. Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι, όπως φαίνεται και από τις εξ. (4.15), το πλάτος των παραμορφώσεων (αρμονικών και ενδοδιαμόρφωσης) δεν επηρεάζεται από τον πρώτο μηχανισμό κβαντισμού στο πεδίο του πλάτους, γεγονός που έχει ήδη αναφερθεί κι εδώ ξαναεπιβεβαιώνεται. Εντούτοις, η μείωση της ευκρίνειας κβαντισμού έχει σαν αποτέλεσμα την μη ακουστότητα των παραμορφώσεων, λόγω της υπερκάλυψής τους από το αυξημένο επίπεδο θορύβου κβαντισμού [4].

4.6.3 Ελαχιστοποίηση A-UPWM παραμορφώσεων

Βασίζόμενοι στην ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου, η ελαχιστοποίηση του πλάτους των A-UPWM παραγόμενων αρμονικών παραμορφώσεων σε σχέση με την NPWM διαμόρφωση μπορεί να υλοποιηθεί με την ελαχιστοποίηση της χρονικά ορισμένης διαφοράς των δύο κυματομορφών που περιγράφονται από τις εξ. (4.12), δηλαδή:

$$E_k = E_{lead,k} + E_{trail,k} = A \left[(t_{lead,k} - m_{lead,k} T_p) + (t_{trail,k} - m_{trail,k} T_p) \right] \rightarrow 0 \quad (4.17)$$

ή ισοδύναμα, χρησιμοποιώντας τις εξ. (4.13):

$$E_k = \frac{AT_s}{2S_{max}} \left[\left(s_q(kT_s) - s(t_{lead,k}) \right) + \left(s(t_{trail,k}) - s_q \left(kT_s + \frac{T_s}{2} \right) \right) \right] \rightarrow 0 \quad (4.18)$$

Προφανώς, η ελαχιστοποίηση που περιγράφεται από την εξ. (4.18) μπορεί να επιτευχθεί όταν η περίοδος δειγματοληψίας T_s ελαττωθεί αρκετά (π.χ. εφαρμόζοντας υπερδειγματοληψία

υψηλού παράγοντα, τυπικά $\times 64$ ή περισσότερο [1]). Αυτό όμως αυξάνει υπερβολικά τους απαιτούμενους PWM ρυθμούς ρολογιού.

4.6.4 Ελαχιστοποίηση UPWM παραμορφώσεων με χρήση Jither

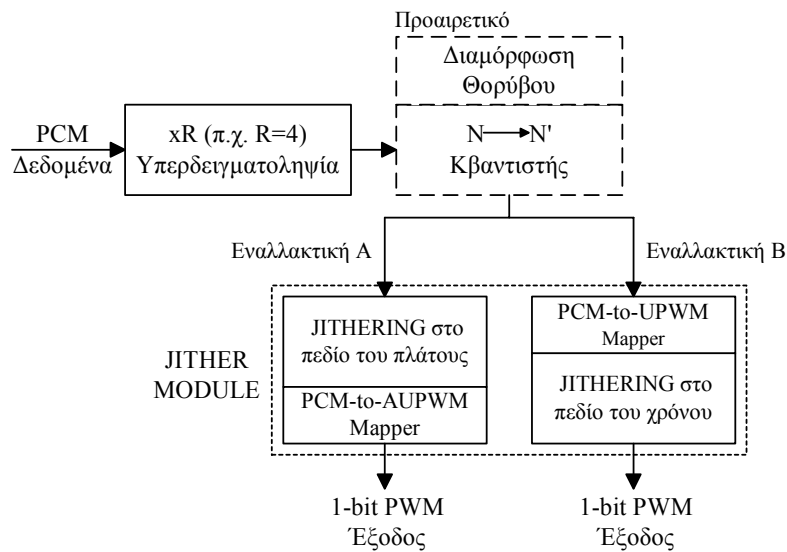
Η προτεινόμενη “Jither” τεχνική υλοποιεί την ελαχιστοποίηση της χρονικής διαφοράς της NPWM και της A-UPWM κυματομορφής, χωρίς να μειώνει την περίοδο δειγματοληψίας T_s (άρα χωρίς να αυξάνει τον PWM ρυθμό ρολογιού). Η ελαχιστοποίηση αυτή μπορεί να λάβει χώρα εναλλακτικά με δύο τρόπους:

- (α) στο πεδίο του πλάτους, με κατάλληλη και ελεγχόμενη προεπεξεργασία (μεταβολή) του πλάτους των ψηφιακών δειγμάτων $s_q(kT_s)$ και $s_q(kT_s+T_s/2)$. Η διαδικασία αυτή είναι αντίστοιχη με την πρόσθεση ψηφιακού dither (στατιστικά ελεγχόμενου σήματος) πριν την A-UPWM ή
- (β) στο πεδίο του χρόνου, με κατάλληλη και ελεγχόμενη μετατόπιση (jittering) των παρυφών των A-UPWM παλμών.

Οι παραπάνω προσεγγίσεις (dithering και jittering διαδικασίες) οδήγησαν και στον ορισμό της προτεινόμενης στρατηγικής καταστολής των A-UPWM παραμορφώσεων ως “Jither” [5]. Η καταστολή αυτή σημαίνει πλήρη συμπίεση του πλάτους των A-UPWM παραγόμενων αρμονικών στο επίπεδο του θορύβου κβαντισμού, χωρίς να επηρεάζονται τα προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης που εν γένει δημιουργούνται από την NPWM-φύση της “Jithered” A-UPWM διαμόρφωσης, τα οποία όμως εύκολα μετατίθενται εκτός της ακουστικής περιοχής συχνοτήτων με την εφαρμογή $\times 2$ υπερδειγματοληψίας στα δεδομένα εισόδου. Έτσι, η προτεινόμενη τεχνική ελαχιστοποίησης των A-UPWM παραμορφώσεων βασίζεται στη δομή που παρουσιάζεται στο **Σχήμα 4.9** και αποτελείται από τα ακόλουθα στάδια:

1. Μια βαθμίδα Jither, η οποία υλοποιείται είτε στο PCM-πεδίο του πλάτους, είτε στο PWM-πεδίο του χρόνου. Η βαθμίδα αυτή καθιστά την A-UPWM κωδικοποίηση ισοδύναμη με την NPWM, αφαιρώντας όλα τα αρμονικά προϊόντα παραμόρφωσης. Ειδικότερα, εάν αρχικά θεωρηθεί η UPWM διαμόρφωση (η οποία είναι η τυπική περίπτωση χρήσης της PWM σε ηχητικές εφαρμογές) απαιτείται η χρήση μιας βαθμίδας υπερδειγματοληψίας $\times 2$ μες τη βαθμίδα της jittering διαδικασίας, η οποία θα παράγει τα απαραίτητα για την A-UPWM μετατροπή PCM δείγματα.

2. Μια βαθμίδα υπερδειγματοληψίας (τυπικής τιμής $\times 2$) για την μετατόπιση των NPWM παραγόμενων προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης εκτός της ακουστικής περιοχής συχνοτήτων.
3. Ένα προαιρετικό επανακβαντιστή πλάτους του σήματος εισόδου (π.χ. από $N=16$ σε $N'=8\text{bit}$) του οποίου η χρήση μπορεί να συνδιάζεται με τεχνικές υψηλοδιαβατικής μορφοποίησης θορύβου, έτσι ώστε ο τελικός ρυθμός του απαιτούμενου PWM ρολογιού να διατηρείται σε πρακτικώς υλοποιήσιμα χαμηλά επίπεδα. Πιο συγκεκριμένα, για την τυπική περίπτωση όπου $N=16\text{bit}$, ο τελικός ρυθμός PWM (σύμφωνα με την εξ. (2.1)) θα πρέπει να είναι ίσος προς 11.5GHz , λαμβανομένης υπ' όψιν και της απαιτούμενης από τη διαδικασία εφαρμογής $\times 2$ υπερδειγματοληψίας. Για την μείωση αυτής της τιμής στην περιοχή των 44MHz , τα ψηφιακά δείγματα εισόδου πρέπει να επανακβαντιστούν σε 8bit , μία ανάλυση όμως που δεν είναι αποδεκτή για ηχητική αναπαραγωγή υψηλής πιστότητας. Έτσι, η διαδικασία επανακβαντισμού πρέπει να συνδιαστεί με τη χρήση τεχνικών μορφοποίησης του θορύβου κβαντισμού.



Σχήμα 4.9: Block διάγραμμα της προτεινόμενης jittering τεχνικής (στο πεδίο του πλάτους και στο πεδίο του χρόνου) για την καταστολή των PCM-σε-UPWM-παραγόμενων παραμορφώσεων.

Στις επόμενες παραγράφους δίνεται μια λεπτομερής ανάλυση της βαθμίδας jitter, υλοποιημένης τόσο στο πεδίο του πλάτους, όσο και στο πεδίο του χρόνου.

4.6.5 Εφαρμογή του Jither στο πεδίο του πλάτους

Ας θεωρήσουμε ότι η είσοδος στον PWM διαμορφωτή είναι ένα σήμα με συχνότητα δειγματοληψίας $2f_s$ και ευκρίνεια κβαντισμού N bit, που περιγράφεται από τα δείγματα $s_q(kT_s)$ και $s_q(kT_s+T_s/2)$ σε κάθε χρονικό διάστημα T_s (για την περίπτωση της A-UPWM μετατροπής). Στην περίπτωση αυτή, η ελαχιστοποίηση της χρονικής διαφοράς μεταξύ της NPWM και της A-UPWM, όπως περιγράφεται από την εξ. (4.18), μπορεί να επιτευχθεί μέσω της άθροισης κατάλληλα υπολογισμένων N -bit jither τιμών $g_{lead}(kT_s)$ και $g_{trail}(kT_s+T_s/2)$ στις αντίστοιχες τιμές $s_q(kT_s)$ και $s_q(kT_s+T_s/2)$ του σήματος εισόδου, πριν την A-UPWM μετατροπή, παράγοντας έτσι τις jithered τιμές $s'_q(kT_s)$ και $s'_q(kT_s+T_s/2)$ ως:

$$s'_q(kT_s) = s_q(kT_s) + g_{lead}(kT_s) \quad (4.19a)$$

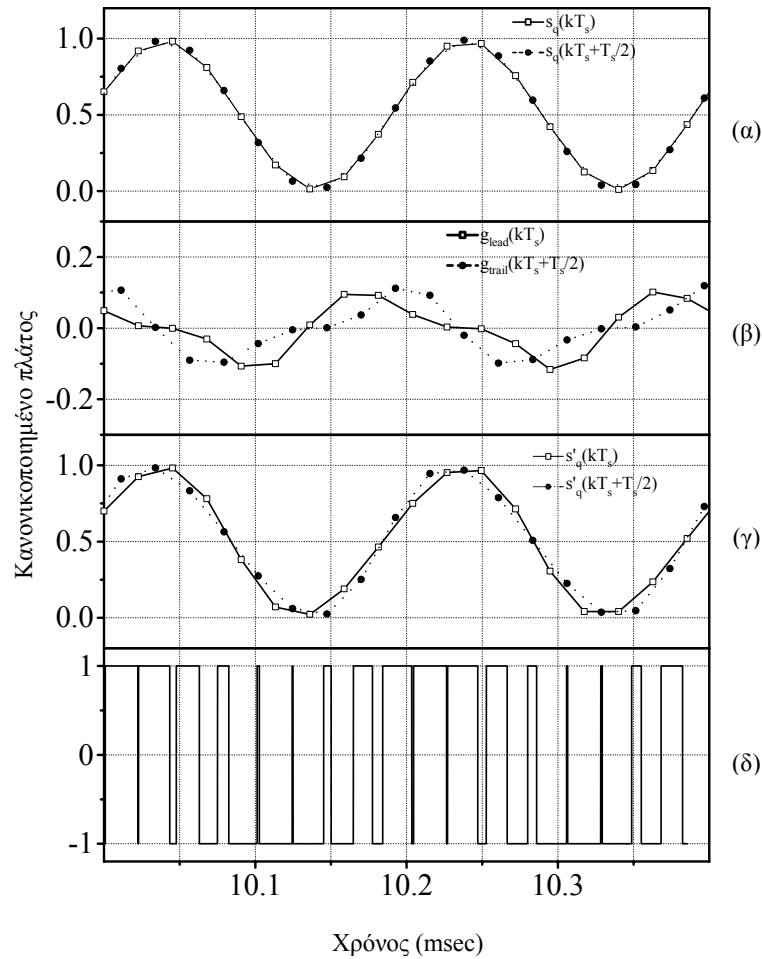
$$s'_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) = s_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) + g_{trail}\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) \quad (4.19b)$$

Και οι δυο τιμές $g_{lead}(kT_s)$ και $g_{trail}(kT_s+T_s/2)$ υπολογίζονται με βάση την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της NPWM και της A-UPWM ως:

$$g_{lead}(kT_s): s'_q(kT_s) - s(t_{lead,k}) \rightarrow 0 \quad (4.20a)$$

$$g_{trail}\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right): s(t_{trail,k}) - s'_q\left(kT_s + \frac{T_s}{2}\right) \rightarrow 0 \quad (4.20b)$$

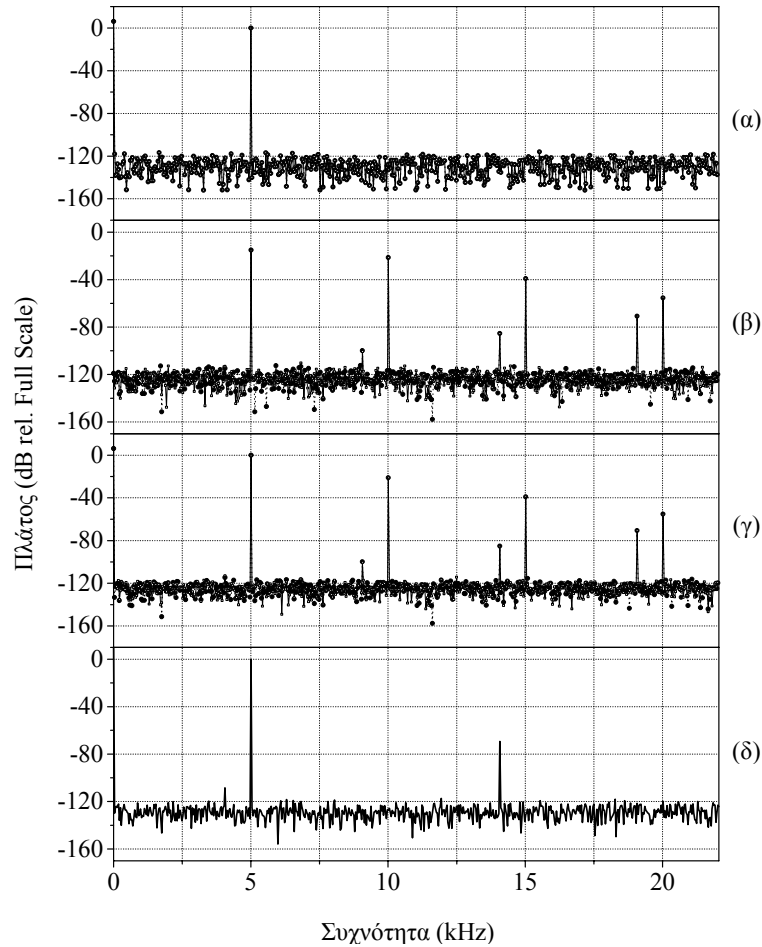
Στην πράξη, η παραπάνω ελαχιστοποίηση επιτυγχάνεται μεταξύ των ορίων τιμών πλάτους $\left[-\frac{LSB}{2}, \frac{LSB}{2}\right]$, λόγω του N -bit κβαντισμού των ψηφιακών δειγμάτων $s'_q(kT_s)$ και $s'_q(kT_s+T_s/2)$. Το **Σχήμα 4.10** απεικονίζει την παραπάνω διαδικασία ελαχιστοποίησης στην περίπτωση μιας 5.005kHz, $N=16$ bit PCM ημιτονικής κυματομορφής πλήρους πλάτους ($M=1$), που έχει δειγματοληπτηθεί με συχνότητα $f_s'=2 \times 44.1$ kHz. Οι jither τιμές $g_{lead}(kT_s)$ και $g_{trail}(kT_s+T_s/2)$ (**Σχήμα 4.10(β)**) προστίθενται με τις αντίστοιχες τιμές των δειγμάτων εισόδου $s_q(kT_s)$ και $s_q(kT_s+T_s/2)$ (τα οποία απεικονίζονται στο **Σχήμα 4.10(α)**) και οι προ-διαμορφωμένες τιμές $s'_q(kT_s)$ και $s'_q(kT_s+T_s/2)$ (**Σχήμα 4.10(γ)**) εφαρμόζονται στη βαθμίδα αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-A-UPWM μετατροπής (PCM-to-A-UPWM Mapper), που υλοποιεί την εξ. (4.2) και παράγει την τελική 1-bit A-UPWM παλμοσειρά που φαίνεται στο **Σχήμα 4.10(δ)**.



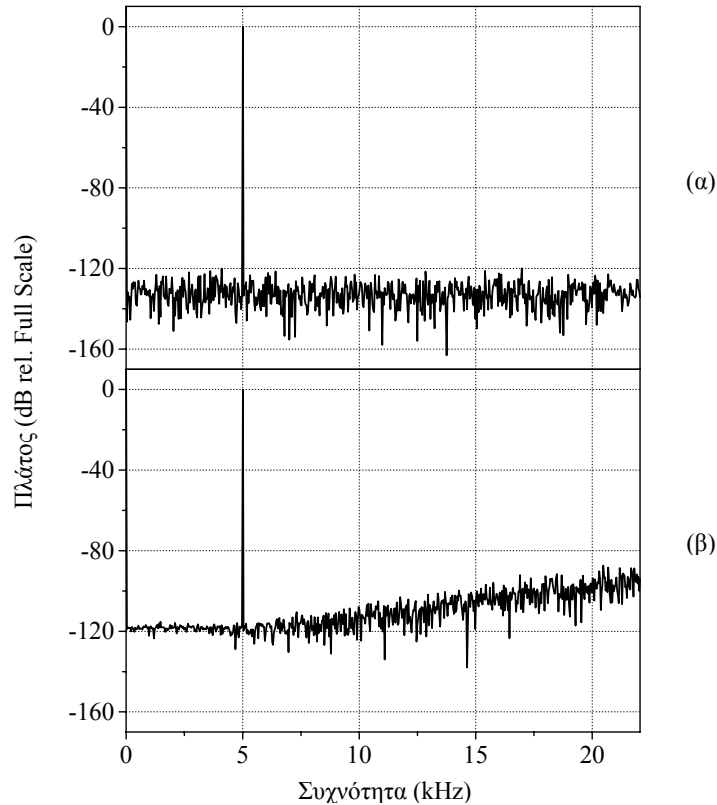
Σχήμα 4.10: Εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους: (α) PCM δεδομένα (β) τιμές jitter (γ) jittered PCM τιμές (δ) διορθωμένη 1-bit A-UPWM παλμοσειρά.

Στο **Σχήμα 4.11** απεικονίζονται τα αντίστοιχα φάσματα των παραπάνω σημάτων. Το φάσμα των jitter τιμών του **Σχήματος 4.11(β)**, προστίθεται με το αντίστοιχο φάσμα του σήματος εισόδου (**Σχήμα 4.11(α)**), παράγοντας την φασματική καμπύλη των προ-διαμορφωμένων τιμών $s_q(kT_s)$ και $s_q(kT_s + T_s/2)$ (**Σχήμα 4.11(γ)**). Στο **Σχήμα 4.11(δ)** παρατηρούμε ότι το εν τέλει παραγόμενο φάσμα της jittered A-UPWM κυματομορφής περιέχει μόνο μη-αρμονικά προϊόντα, όμοια με αυτά που εμφανίζονται κατά την NPWM μετατροπή. Παρόλα αυτά, όπως συζητήθηκε και προηγουμένως, η παραμόρφωση αυτού του τύπου, μπορεί εύκολα να τεθεί εκτός της ακουστικής περιοχής συχνότητας, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 4.12(α)**, εφαρμόζοντας xR υπερδειγματοληψία στα PCM δεδομένα εισόδου (π.χ. για $R=2$) πριν την εφαρμογή της jittering διαδικασίας. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η χωρίς παραμορφώσεις PCM-σε-PWM μετατροπή. Στο **Σχήμα 4.12(β)** φαίνεται το φάσμα της jittered A-UPWM παλμοσειράς

που ελήφθει με επανακβαντισμό σε $N=8\text{bit}$ των δεδομένων εισόδου και χρήση $\times 4$ υπερδειγματοληψίας πριν τη jittering διαδικασία, με ταυτόχρονη εφαρμογή υψηλοδιαβατικής βαθμίδας μορφοποίησης του θορύβου κβαντισμού $3^{\text{ης}}$ τάξης (noise-shaping). Το τελικό PWM ρολόι στην περίπτωση αυτή είναι της τάξης των 90MHz.



Σχήμα 4.11: Εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους: (α) φάσμα PCM δεδομένων (β) φάσμα jitter (γ) φάσμα jittered PCM τιμών (δ) φάσμα διορθωμένης 1-bit A-UPWM παλμοσειράς.



Σχήμα 4.12: Εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους για ημιτονική κυματομορφή συχνότητας 5.005kHz και μέγιστου πλάτους: (α) φάσμα jittered PWM, N=16bit, R=2 (β) φάσμα jittered PWM, N=8bit, R=4 και χρήση τεχνικής μορφοποίησης θορύβου 3^{ης} τάξης.

4.6.6 Εφαρμογή του Jitter στο πεδίο του χρόνου

Εναλλακτικά, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η ελαχιστοποίηση της NPWM και A-UPWM χρονικής διαφοράς της εξ. (4.17) μπορεί να πραγματοποιηθεί κατευθείαν στο PWM πεδίο, μέσω της κατάλληλα υπολογισμένης και ελεγχόμενης χρονικής ολίσθησης (jittering) της ανερχόμενης και κατερχόμενης παρυφής του κάθε A-UPWM κατά τις χρονικές ποσότητες $J_{lead,k}T_p$ και $J_{trail,k}T_p$ (sec), όπου $J_{lead,k}$ και $J_{trail,k}$ ακέραιοι δείκτες που εκφράζουν τη χρονική μετατόπιση των παρυφών των PWM παλμών ως ακέραια πολλαπλάσια της ποσότητας LST. Στην περίπτωση αυτή, για την ελαχιστοποίηση της διαφοράς της εξ. (4.17), οι δείκτες αυτοί υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$J_{lead,k} : t_{lead,k} - m'_{lead,k} T_p \rightarrow 0 \quad (4.21a)$$

$$J_{\text{trail},k} : t_{\text{trail},k} - m'_{\text{trail},k} T_p \rightarrow 0 \quad (4.21\beta)$$

όπου οι ακέραιες μεταβλητές

$$m'_{\text{lead},k} = m_{\text{lead},k} - J_{\text{lead},k} \quad (4.22\alpha)$$

$$m'_{\text{trail},k} = m_{\text{trail},k} + J_{\text{trail},k} \quad (4.22\beta)$$

ορίζουν τις χρονικά κατάλληλα μετατοπισμένες (jittered) θέσεις των ορίων των A-UPWM παλμών ως ακέραια πολλαπλάσια της βασικής περιόδου δειγματοληψίας της PWM διαμόρφωσης T_p . Στην πράξη, η παραπάνω ελαχιστοποίηση στο πεδίο του χρόνου επιτυγχάνεται μεταξύ των ορίων $\left[-\frac{LST}{2}, \frac{LST}{2}\right]$, εξαιτίας του ισοδύναμου N-bit κβαντισμού που πραγματοποιείται στο PWM χρονικό πεδίο.

Η αναλυτική φασματική απεικόνιση της jitter παλμοσειράς στο PWM χρονικό πεδίο μπορεί να προκύψει ακολουθώντας την ανάλυση σε σειρές Fourier που παρουσιάθηκε στο Κεφάλαιο 2, θεωρώντας τη διάκριτου χρόνου χρονική αναλυτική της έκφραση ως:

$$\text{JITTER}(m) = \sum_{k=0}^{d-1} [\text{JITTER}_{\text{lead},k}(m) + \text{JITTER}_{\text{trail},k}(m)] \quad (4.23)$$

όπου

$$\text{JITTER}_{\text{lead},k}(m) = (-1)^{n_{1,k}} A [u(m - m'_{\text{lead},k}) - u(m - m_{\text{lead},k})] \quad (4.24\alpha)$$

$$\text{JITTER}_{\text{trail},k}(m) = (-1)^{n_{t,k}} A [u(m - m_{\text{trail},k}) - u(m - m'_{\text{trail},k})] \quad (4.24\beta)$$

με

$$n_{1,k} = \begin{cases} 2, & J_{\text{lead},k} > 0 \\ 1, & J_{\text{lead},k} < 0 \end{cases}, \quad n_{t,k} = \begin{cases} 2, & J_{\text{trail},k} > 0 \\ 1, & J_{\text{trail},k} < 0 \end{cases} \quad (4.24\gamma)$$

Με δεδομένο ότι η jitter παλμοσειρά που περιγράφεται από την εξ. (4.23) πρέπει να συνδιαστεί με τα UPWM 1-bit δεδομένα στο χρονικό πεδίο χρησιμοποιώντας ψηφιακή λογική «αποκλειστικού ή» (XOR digital logic), είναι χρήσιμο να εκφράσουμε την jitter ακολουθία παλμών σαν μια ισοδύναμη διαδοχή παλμών τριών δυνατών τιμών πλάτους (three-state pulse stream), ίσων προς $-A$, 0 και $+A$. Αυτό γίνεται για να μετατραπεί η XOR λογική σε απλή άθροιση παλμοσειρών, κι επιτυγχάνεται αγνοώντας τους όρους $(-1)^{n_{1,k}}$ και

$(-1)^{n_{i,k}}$ στις εξ. (4.24). Έτσι, στην περίπτωση αυτή, η προκύπτουσα jitter παλμοσειρά αθροίζεται πλέον με την UPWM παλμοσειρά και το φάσμα του χρονικού jitter θα είναι:

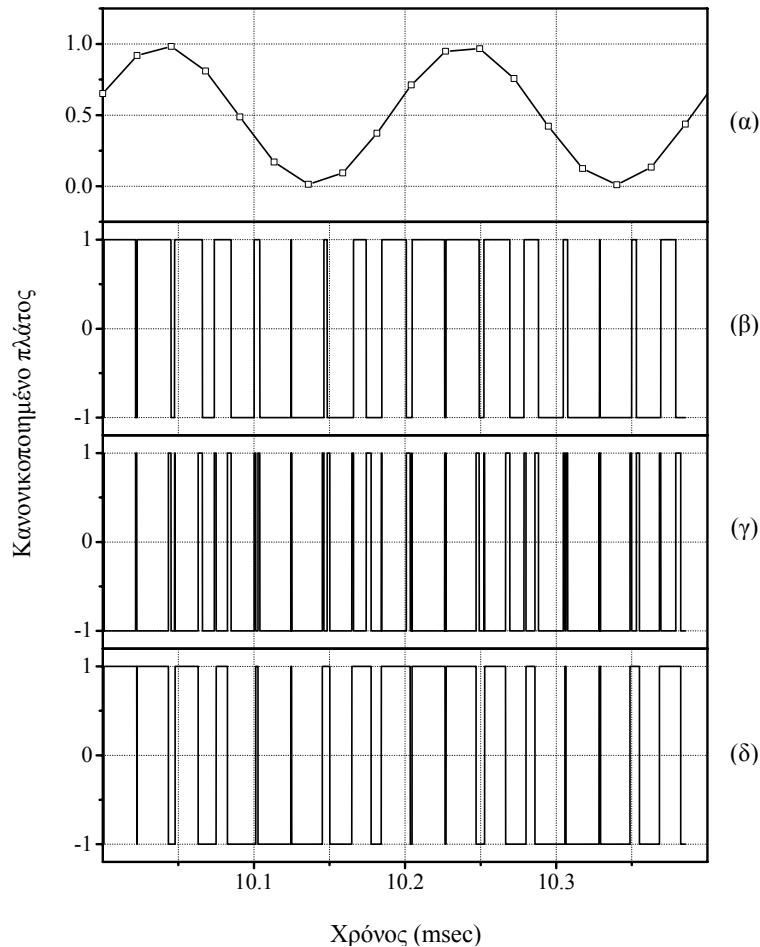
$$c_{\lambda}^{\text{JITTER}} = \frac{d}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \left\{ \text{Asin} \left(\frac{\pi\lambda}{d} \frac{J_{\text{lead},k}}{2(2^N - 1)} \right) e^{-j\frac{\pi\lambda}{d} \left(2k+1-a_q \left(kT_s + \frac{J_{\text{lead},k}}{2(2^N - 1)} \right) \right)} \right\} + \frac{d}{\pi\lambda} \sum_{k=0}^{d-1} \left\{ \text{Asin} \left(\frac{\pi\lambda}{d} \frac{J_{\text{trail},k}}{2(2^N - 1)} \right) e^{-j\frac{\pi\lambda}{d} \left(2k+1+a_q \left(kT_s + \frac{T_s}{2} + \frac{J_{\text{trail},k}}{2(2^N - 1)} \right) \right)} \right\} \quad (4.25)$$

το οποίο θα προστίθεται με το αντίστοιχο φάσμα της UPWM 1-bit παλμοσειράς (όπως αυτό περιγράφεται από την εξ. (2.30)), παράγοντας το τελικό, χωρίς αρμονικές παραμορφώσεις, PWM φάσμα.

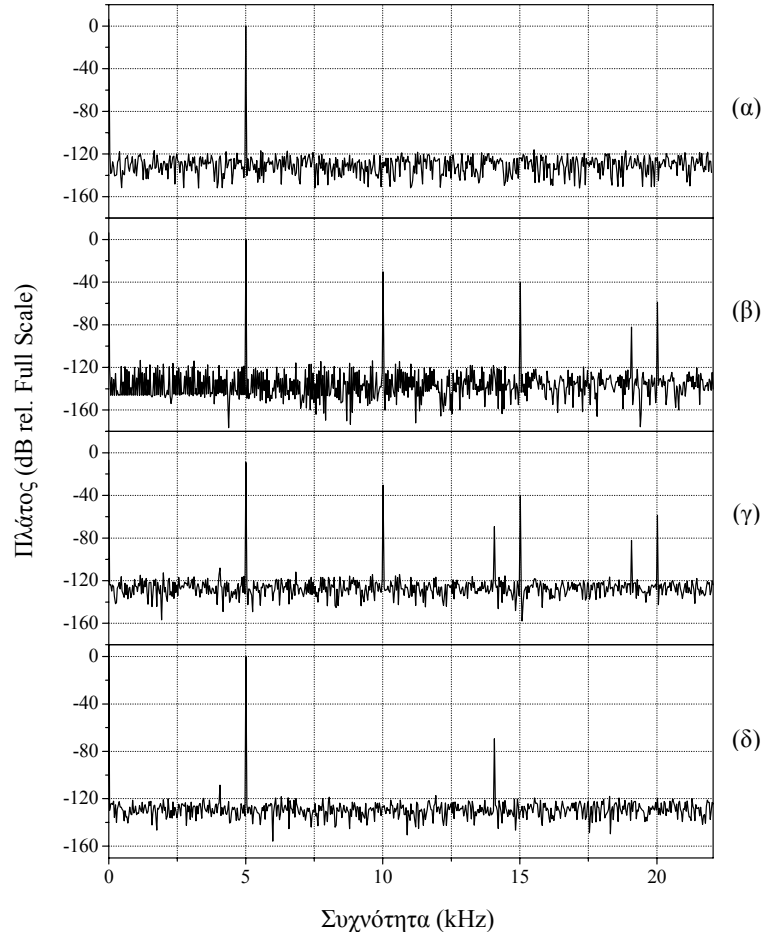
Στο **Σχήμα 4.13** απεικονίζεται ένα παράδειγμα της εφαρμογής της jitter διαδικασίας στο PWM χρονικό πεδίο για την τυπική περίπτωση μιας $N=16$, $f_s=44.1\text{kHz}$ PCM ημιτονικής κυματομορφής μέγιστου πλάτους και συχνότητας ίσης προς 5.005kHz . Τα αρχικά PCM δεδομένα (**Σχήμα 4.13(α)**) τροφοδοτούν τη βαθμίδα αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-UPWM και τη γεννήτρια παραγωγής της jitter παλμοσειράς στο πεδίο του χρόνου, η οποία υλοποιεί τις εξ. (4.21). Οι 1-bit έξοδοι των βαθμίδων αυτών (**Σχήμα 4.13(β)** και **(γ)** αντίστοιχα) συνδιάζονται μεταξύ τους χρησιμοποιώντας XOR ψηφιακή λογική μεταξύ των bit της κάθε παλμοσειράς, παράγοντας με αυτόν τον τρόπο την τελική, «διορθωμένη» (σε σχέση με την NPWM μετατροπή) PWM παλμοσειρά (**Σχήμα 4.13(δ)**).

Στο **Σχήμα 4.14** παρουσιάζονται τα φάσματα που αντιστοιχούν στα παραπάνω σήματα. Το φάσμα της UPWM κυματομορφής (**Σχήμα 4.14(β)**) περιέχει τις αναμενόμενες άρτιες και περιττές αρμονικές της συχνότητας εισόδου, καθώς και προϊόντα μη-αρμονικής παραμόρφωσης. Η εφαρμογή XOR λογικής των κατάλληλα υπολογισμένων jitter παλμών (των οποίων το φάσμα φαίνεται στο **Σχήμα 4.14(γ)**) με την UPWM παλμοσειρά, όπως αποδείχθηκε προηγουμένως, μπορεί να μετατραπεί σε απλή φασματική πρόσθεση μιας jitter παλμοσειράς τριών καταστάσεων, παράγοντας το NPWM-τύπου φάσμα του **Σχήματος 4.14(δ)**. Τα προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης που εμφανίζονται στην περίπτωση αυτή, μπορούν εύκολα να μετατεθούν εκτός της ακουστικής περιοχής συχνοτήτων, αφαιρώντας έτσι από το φάσμα της PWM μετατροπής όλες τις παραμορφώσεις και διατηρώντας μόνο τη φασματική συνιστώσα του σήματος εισόδου, όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 4.14(α)**.

Συγκρίνοντας τα **Σχήματα 4.13(δ)** και **4.14(δ)** είναι προφανές ότι η απόδοση της jittering διαδικασίας στο πεδίο του χρόνου είναι θεωρητικά και πρακτικά ισοδύναμη με αυτήν που εμφανίζει η εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους. Έτσι, επανακβαντισμός του PCM σήματος εισόδου πριν την UPWM μετατροπή του σε N' bit (π.χ. $N'=8\text{bit}$) συνδυαζόμενος με υπερδειγματοληψία και noise-shaping τεχνικές, συνεπάγεται την χαμηλού ρυθμού, χωρίς ακουστές παραμορφώσεις περίπτωση PWM μετατροπής του **Σχήματος 4.12(β)**.



Σχήμα 4.13: Εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους: (α) PCM δεδομένα (β) 1-bit UPWM παλμοί (γ) 1-bit jitter παλμοί (δ) διορθωμένη 1-bit A-UPWM παλμοσειρά.



Σχήμα 4.14: Εφαρμογή του jitter στο πεδίο του χρόνου: (α) φάσμα PCM δεδομένων (β) φάσμα 1-bit UPWM (γ) φάσμα 1-bit jitter παλμοσειράς (δ) φάσμα διορθωμένης 1-bit A-UPWM παλμοσειράς.

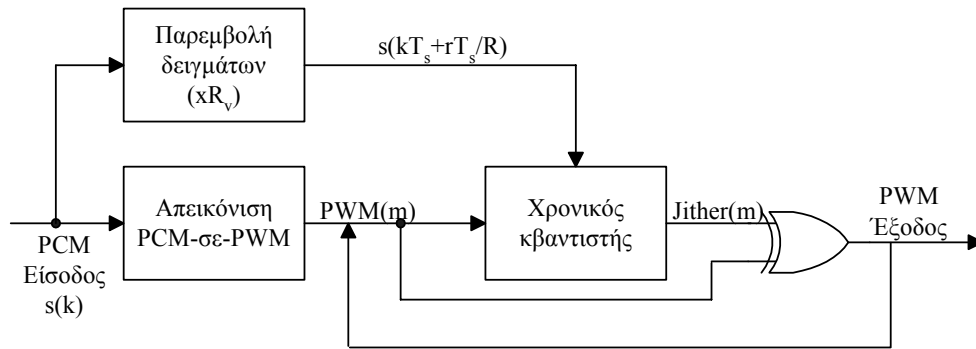
4.6.7 Υλοποίηση Jither στο πεδίο του χρόνου

Το βασικό block διάγραμμα της υλοποίησης της προτεινόμενης jitter τεχνικής στο πεδίο του χρόνου φαίνεται στο **Σχήμα 4.15**. Τα αρχικά ψηφιακά ηχητικά δεδομένα εισόδου $s(k)$ μετατρέπονται σε 1-bit PWM παλμοσειρά μέσω της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2. Στη συνέχεια, η παραγόμενη PWM παλμοσειρά, τροφοδοτεί έναν κβαντιστή, ο οποίος επανακβαντίζει την PWM παλμοσειρά κατευθείαν στο χρονικό πεδίο με στόχο: (α) την παραγωγή των κατάλληλων jitter παλμών ($Jither(m)$) που θα ελαχιστοποιήσουν τη διαφορά μεταξύ UPWM και NPWM διαμόρφωσης και (β) την μείωση του τελικού PWM ρολογιού. Η διαδικασία αυτή (κβαντισμός εύρους PWM παλμών στο πεδίο του χρόνου) υλοποιείται μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας ελεγχόμενης ολίσθησης της

ανερχόμενης ($m_{lead,k}T_p$) και κατερχόμενης ($m_{trail,k}T_p$) παρυφής κάθε k -οστού PWM παλμού, η οποία για την περίπτωση της ανερχόμενης παρυφής περιγράφεται αναλυτικά από την εξίσωση:

$$m_{lead,k}^{i+1} = \left[2k + 1 - \frac{s(m_{lead,k}^i T_p)}{S_{max}} \right] (2^N - 1) \quad (4.26)$$

όπου η ακέραια μεταβλητή i αναπαριστά το βήμα της επανάληψης (με αρχική τιμή $i=0$ για κάθε νέο PCM δείγμα) και $m_{lead,k}^0 T_p = kT_s$.



Σχήμα 4.15: Block διάγραμμα υλοποίησης της jither τεχνικής στο πεδίο του χρόνου.

Η ακρίβεια της παραπάνω διαδικασίας χρονικού κβαντισμού της PWM παλμοσειράς καθώς επίσης και ο αριθμός των επαναλήψεων που πραγματοποιούνται σε κάθε PCM περίοδο καθορίζονται από τη συνθήκη:

$$\left| m_{lead,k}^{i+1} - m_{lead,k}^i \right| \leq D_\tau \quad (4.27)$$

όπου το μέγεθος D_τ είναι ένας ακέραιος που καθορίζει την ευκρίνεια (LST) της επανακβαντισμένης PWM κυματομορφής ως ακέραιο πολλαπλάσιο της αρχικής (χωρίς επανακβαντισμό) θεμελιώδους PWM περιόδου T_p . Σε μια τυπική περίπτωση υλοποίησης (με αρχική PCM ευκρίνεια κβαντισμού $N=16$), $D_\tau=256$ ή και μικρότερο, καθιστώντας έτσι της νέα χρονική ευκρίνεια κβαντισμού της PWM παλμοσειράς ισοδύναμη με αυτήν της 8-bit PCM κωδικοποίησης (στην περίπτωση όπου $D_\tau=256$). Στο σημείο αυτό, είναι σημαντικό επίσης να αναφερθεί ότι κάνοντας χρήση της jither τεχνικής στο πεδίο του χρόνου, ο προαιρετικός επανακβαντισμός των τιμών πλάτους του σήματος εισόδου, είναι δυνατόν να αποφευχθεί, λόγω της δυνατότητας που παρέχεται για απευθείας κβαντισμό του εύρους των PWM παλμών στο χρονικό πεδίο.

Για τον υπολογισμό της άγνωστης τιμής $s(m_{lead,k}^i T_p)$ του σήματος εισόδου που εμφανίζεται στην εξ. (4.26), ακολουθείται η εξής διαδικασία: αρχικά, τα ψηφιακά ηχητικά δεδομένα υπόκεινται σε υπερδειγματοληψία παράγοντα xR_v (τυπικά $R_v=8$ ή παραπάνω), η οποία όμως δεν επηρεάζει την τελική χρονική ανάλυση της PWM παλμοσειράς (γι' αυτό και περιγράφεται ως «εικονική» – virtual υπερδειγματοληψία). Κατ' αυτόν τον τρόπο, σε κάθε δείγμα του σήματος εισόδου $s(kT_s)$ θα αντιστοιχούν μετά την εφαρμογή της υπερειγματοληψίας τα R_v στο πλήθος ψηφιακά δείγματα $s(kT_s)$, $s(kT_s+T_{s,R})$, ..., $s(kT_s+rT_{s,R})$, ..., $s(kT_s+(R_v-1)T_{s,R})$, όπου:

$$T_{s,R} = \frac{T_s}{R_v} \quad (4.28)$$

είναι η νέα περίοδος δειγματοληψίας των ψηφιακών δεδομένων μετά την εφαρμογή της υπερδειγματοληψίας. Στη συνέχεια, εντός της k -οστής PCM περιόδου και στην i -οστή επανάληψη της διαδικασίας χρονικού κβαντισμού, από τα δείγματα αυτά επιλέγονται τα $s(kT_s+r_i T_{s,R})$ και $s(kT_s+(r_i+1)T_{s,R})$ τα οποία ικανοποιούν τη συνθήκη:

$$kT_s + r_i T_{s,R} \leq m_{lead,k}^i T_p \leq kT_s + (r_i + 1)T_{s,R} \quad (4.29)$$

Τα δείγματα αυτά χρησιμοποιούνται για την πολυωνυμική προσέγγιση της τιμής του σήματος εισόδου τη χρονική στιγμή $m_{lead,k}^i T_p$, ή, στην απλούστερη περίπτωση, για τη γραμμική προσέγγισή της κάνοντας χρήση της εξίσωσης:

$$s(m_{lead,k}^i T_p) = s[kT_s + r_i T_{s,R}] + \frac{s[kT_s + (r_i + 1)T_{s,R}] - s[kT_s + r_i T_{s,R}]}{T_{s,R}} [m_{lead,k}^i T_p - (kT_s + r_i T_{s,R})] \quad (4.30)$$

Ο ίδιος αλγόριθμος εφαρμόζεται και για τον επανακβαντισμό της κατερχόμενης παρυφής κάθε PWM παλμού, κάνοντας χρήση αυτή τη φορά της εξίσωσης:

$$m_{trail,k}^{i+1} = \left[2k + 1 + \frac{s(m_{trail,k}^i T_p)}{S_{max}} \right] (2^N - 1) \quad (4.31)$$

με τη συνθήκη τερματισμού των επαναλήψεων σε κάθε PCM περίοδο δειγματοληψίας να είναι:

$$\left| m_{\text{trail},k}^{i+1} - m_{\text{trail},k}^i \right| \leq D_{\tau} \quad (4.32)$$

Οι παραγόμενοι από την παραπάνω επαναληπτική διαδικασία jither παλμοί συνδιάζονται με τους ψηφιακούς PWM παλμούς χρησιμοποιώντας ψηφιακή λογική αποκλειστικού «ή» (exclusive OR, XOR), δημιουργώντας την είσοδο του κβαντιστή στο επόμενο βήμα επανάληψης, έως ότου επαληθευτούν οι εξ. (4.27) και (4.32).

Η δυνατότητα υλοποίησης σε πραγματικό χρόνο του παραπάνω αλγορίθμου της jither τεχνικής (π.χ. σε DSP ή PC-based πλατφόρμες) προφανώς εξαρτάται άμεσα από τον αριθμό επαναλήψεων που λαμβάνει χώρα ανά PCM δείγμα. Εάν $I_{L,k}$ και $I_{T,k}$ είναι ο αριθμός των επαναλήψεων για τη δημιουργία του σωστού jither παλμού της ανερχόμενης και κατερχόμενης παρυφής αντίστοιχα στην k -οστή περίοδο της PCM δειγματοληψίας, είναι προφανές ότι για εφαρμογή πραγματικού χρόνου θα πρέπει να ισχύει:

$$T_s = (I_{L,k} + I_{T,k})T_i + T_c \quad (4.33)$$

όπου T_i ο χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση μιας επανάληψης (και ο οποίος προφανώς εξαρτάται από την ταχύτητα της πλατφόρμας της υλοποίησης), ενώ T_c είναι μια σταθερή καθυστέρηση η οποία οφείλεται σε διαδικασίες που επαναλαμβάνονται μία φορά ανά περίοδο PCM (π.χ. κβαντισμός των δειγμάτων που προκύπτουν από την υπερδειγματοληψία).

4.7 Σύνοψη Κεφαλαίου

Στο Κεφάλαιο αυτό δίνονται οι βασικές αρχές των τεχνικών αντιμετώπισης του προβλήματος των PWM παραμορφώσεων, ακολουθούμενες από τις κατηγορίες των τεχνικών που έχουν αναφερθεί κατά καιρούς στη βιβλιογραφία. Οι βέλτιστες από τις τεχνικές αυτές επιτυγχάνουν γραμμικοποίηση της PWM μετατροπής (σε σχέση με την PCM κωδικοποίηση) ταυτόχρονα με τη χρήση παράγοντα υπερδειγματοληψίας $\times 16$ ή περισσότερο. Στη συνέχεια, περιγράφονται δύο πρωτότυπες τεχνικές μείωσης/καταστολής των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων. Η πρώτη (Ασύμμετρη PWM διαμόρφωση) επιτυγχάνει πλήρη καταστολή των άρτιων αρμονικών και όλων των προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης, αδυνατεί όμως να εξαλείψει τις περιττές αρμονικές. Η δεύτερη τεχνική καλείται jithering και επιτυγχάνει πλήρη καταστολή όλων των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων με εφαρμογή υπερδειγματοληψίας παράγοντα $\times 2$, μέσω της ελεγχόμενης μεταβολής των παρυφών των

PWM παλμών από κατάλληλο σήμα ελέγχου (jitter). Η τεχνική αυτή μπορεί να εφαρμοσθεί τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο του πλάτους, επιτυγχάνοντας πλήρη εξάλειψη του προβλήματος των αρμονικών με τελικούς PWM ρυθμούς ρολογιού τουλάχιστον 4 φορές μικρότερους από αντίστοιχες τεχνικές.

Κεφάλαιο 5: Αποτελέσματα

5.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό θα γίνει μία συστηματική παρουσίαση των αποτελεσμάτων που ελήφθησαν κατά την εφαρμογή της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 2, για ένα μεγάλο πλήθος παραμέτρων σήματος εισόδου και PWM μετατροπής, με στόχο την αριθμητική εκτίμηση και την μελέτη της ακουστότητας των PWM παραμορφώσεων. Επιπλέον, με βάση τη θεωρία του jitter ως πηγή παραμόρφωσης στο PCM ή/και στο PWM χρονικό πεδίο που δόθηκε στο Κεφάλαιο 3, θα δοθεί μια συστηματική μελέτη της επίδρασής του στην PWM διαμόρφωση για ένα μεγάλο πλήθος παραμέτρων σημάτων εισόδου και μετατροπής PCM-σε-PWM, τα αποτελέσματα της οποίας συνοψίζονται στις επόμενες παραγράφους.

Το Κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την παράθεση συστηματικών μετρήσεων της απόδοσης της jitter τεχνικής για όλες τις τυπικές περιπτώσεις ηχητικής PCM-σε-PWM μετατροπής, αποδεικνύοντας ότι η χρήση του jitter σήματος που ορίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο επιτυγχάνει πλήρη κατστολή των PWM παραμορφώσεων.

5.2 Αριθμητική εκτίμηση PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων

Η συστηματική αριθμητική εκτίμηση των παραμορφώσεων που εν γέννει παράγονται κατά την PWM κωδικοποίηση των ψηφιακών ηχητικών σημάτων μπορεί να οδηγήσει στον καθορισμό των βέλτιστων παραμέτρων PCM-σε-PWM μετατροπής, με κριτήρια τόσο αντικειμενικά, όσο και υποκειμενικά. Το κύριο πρόβλημα που κάποιος καλείται να αντιμετωπίσει σε μια τέτοια εκτενή μελέτη είναι ότι για πρακτικές τιμές παραμέτρων PCM-σε-PWM μετατροπής (π.χ. ευκρίνεια κβαντισμού 16, 20 ή 24bit, βασική συχνότητα δειγματοληψίας τουλάχιστον 44.1kHz, παράγοντας υπερδειγματοληψίας x8 ή μεγαλύτερος), το πλήθος των PWM δεδομένων που προκύπτουν είναι απαγορευτικό για περαιτέρω

υπολογισμούς (όπως για παράδειγμα αριθμητικό υπολογισμό του φασματικού περιεχομένου τους μέσω ρουτινών Γρήγορου Μετασχηματισμού Fourier, FFT).

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί εύκολα να ξεπεραστεί κάνοντας χρήση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM στο πεδίο της συχνότητας, όπως αυτή περιγράφεται από την εξ. (2.30), η οποία παρέχει το ακριβές φασματικό περιεχόμενο της PWM παλμοσειράς. Χρησιμοποιώντας αρχικά ημιτονικές κυματομορφές κωδικοποιημένες κατά PCM ως εισόδους και για ένα μεγάλο πλήθος συνδιασμών παραμέτρων μετατροπής (όπως φαίνεται στον **Πίνακα 5.1**), πραγματοποιήθηκε ένα πλήθος πειραμάτων με στόχο την αριθμητική εκτίμηση της ακουστότητας των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων, όπως το απόλυτο πλάτος των παραμορφώσεων και τον τρόπο με τον οποίο αυτό μεταβάλλεται με τους συνδιασμούς των πειραματικά μεταβαλλόμενων παραμέτρων, την αρμονική παραμόρφωση και το πλάτος των αρμονικών σε σχέση με το Ελάχιστο Κατώφλι Ακοής (Minimum Audible Field, MAF).

Πίνακας 5.1: Μεταβαλλόμενοι παράμετροι ημιτονικού ψηφιακού σήματος εισόδου και PCM κωδικοποίησης

Παράμετρος	Τιμές
Συχνότητα εισόδου f_i (Hz)	100, 500, 1k, 5k, 10k, 16k
Δείκτης διαμόρφωσης M	0.01, 0.1, 0.5, 0.98
Συχνότητα δειγματοληψίας f_s	44.1kHz
Παράγοντας υπερδειγματοληψίας R	1, 2, 4, 8, 16, 32, 64
Ευκρίνεια κβαντισμού N (bit)	24, 16, 8, 4
Τύπος Dither	Όχι, High-Pass Triangular PDF
Τύπος μορφοποίησης θορύβου	Όχι, High-Pass 3 ^{ης} τάξης

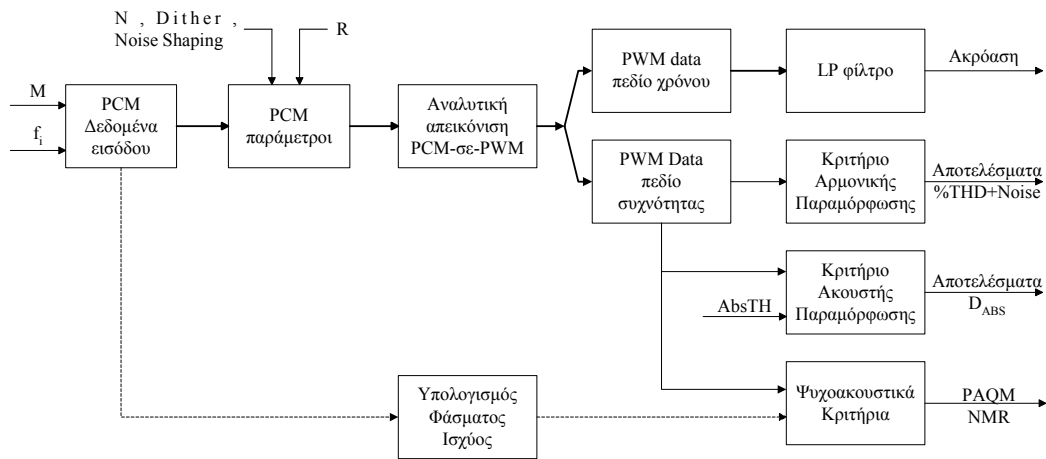
Παράλληλα, η χρήση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM επέτρεψε την επέκταση των πειραμάτων σε περιπτώσεις μετατροπής τυπικών ηχητικών κυματομορφών (οι παράμετροι των οποίων απεικονίζονται στον **Πίνακα 5.2**) και την εκτίμηση της ακουστότητας των παραγόμενων παραμορφώσεων με χρήση ποσοτικών υποκειμενικών κριτηρίων, όπως οι καλά θεμελιωμένες υποκειμενικές μετρήσεις Perceptual Audio Quality Measurement (PAQM) [11] και Noise to Mask Ratio (NMR) [61].

Πίνακας 5.2: παράμετροι τυπικού ηχητικού ψηφιακού σήματος εισόδου

Παράμετρος	Τιμές
Συχνότητα δειγματοληψίας f_s	44.1kHz
Ευκρίνεια κβαντισμού (bit)	16
Μουσική κατηγορία	Φωνή, Ορχήστρα, solo όργανο, pop

5.2.1 Μεθοδολογία των πειραμάτων και κριτήρια εκτίμησης παραμορφώσεων

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τη συστηματική αριθμητική εκτίμηση της ακουστότητας των παραμορφώσεων που σχετίζονται με την PCM-σε-PWM μετατροπή φαίνεται στο διάγραμμα του Σχήματος 5.1. Οι διαφορετικές τιμές των παραμέτρων του ψηφιακού σήματος εισόδου, συνδιάζονται με τις παραμέτρους μετατροπής και στη συνέχεια, μέσω της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM λαμβάνεται η περιγραφή της PWM παλμοσειράς, τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Η περιγραφή αυτή χρησιμοποιείται στη συνέχεια για τον υπολογισμό των ακόλουθων αντικειμενικών και υποκειμενικών κριτηρίων.



Σχήμα 5.1: Block διάγραμμα της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε για την αριθμητική εκτίμηση της ακουστότητας των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων.

A. Ολική αρμονική παραμόρφωση

Η επί τοις εκατό εκφρασμένη ολική αρμονική παραμόρφωση (%THD+Noise) αποτελεί μια ευρέως χρησιμοποιούμενη αντικειμενική μέτρηση των παραμορφώσεων που εμφανίζονται σε κάποιο ημιτονικό σήμα και υπολογίζεται από τη φασματική του έκφραση ως:

$$\%THD + Noise = \frac{\sum_{\lambda=0}^{\frac{d-1}{2R}} c_{\lambda}^2 - c_{\lambda=\mu}^2}{\sum_{\lambda=0}^{\frac{d-1}{2R}} c_{\lambda}^2} \times 100 \quad (5.1)$$

όπου c_{λ} οι φασματικοί συντελεστές που προκύπτουν από την εξ. (2.30), d το συνολικό πλήθος των δειγμάτων του PCM σήματος εισόδου, R ο παράγοντας υπερδειγματοληψίας που

εφαρμόζεται στα ψηφιακά δεδομένα εισόδου πριν την PWM μετατροπή και μ ένας ακέραιος δείκτης που αναπαριστά το φασματικό σημείο που αντιστοιχεί στη βασική συχνότητα της ημιτονικής κυματομορφής εισόδου f_i .

Στα συγκεκριμένα πειράματα, η τιμή της %THD+Noise για την οποία η αρμονική παραμόρφωση θεωρείται αμελητέα ελήφθη ίση προς 1×10^{-5} . Τιμές μικρότερες από αυτήν δεν απεικονίζονται στα διαγράμματα που ακολουθούν.

Β. Μέτρηση απόλυτης παραμόρφωσης

Το μεγαλύτερο ποσοστό της συνολικής ενέργειας που εμπεριέχεται στις παραμορφώσεις που σχετίζονται με την PWM μετατροπή είναι αποθηκευμένο στην πρώτη άρτια και περιττή αρμονική της συχνότητας της ημιτονικής κυματομορφής εισόδου. Για το λόγο, είναι χρήσιμη η μέτρηση του πλάτους των δύο αυτών αρμονικών σε σχέση με το πλάτος του σήματος εισόδου, καθώς και η μέτρηση της απόλυτης παραμόρφωσης (Absolute Distortion Measure, D_{ABS}), η οποία ορίστηκε στα πλαίσια των υπό περιγραφή πειραμάτων και για τον υπολογισμό της οποίας λαμβάνεται υπ' όψιν το πλάτος των παραπάνω αρμονικών σε σχέση με το ελάχιστο κατώφλι ακοής (Minimum Audible Field, MAF) σε κάποια συγκεκριμένη συχνότητα.

Πιο συγκεκριμένα, εάν x_E και x_o (dB) είναι αντίστοιχα τα πλάτη της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής και $x_{ABS,E}$, $x_{ABS,O}$ (dB) είναι οι τιμές του MAF στις συχνότητες που αντιστοιχούν στις αρμονικές αυτές, η τιμή της D_{ABS} (dB) υπολογίζεται ως η απόσταση:

$$D_{ABS} = (-1)^n \sqrt{(x_E - x_{ABS,E})^2 + (x_O - x_{ABS,O})^2} \quad (5.2)$$

όπου

$$n = \begin{cases} 1, & \text{εάν } x_E < x_{ABS,E} \text{ και } x_O < x_{ABS,O} \\ 2, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (5.3)$$

Από τον ορισμό αυτό της μέτρησης απόλυτης παραμόρφωσης είναι προφανές ότι για αρνητικές τιμές της D_{ABS} τα πλάτη της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής είναι μικρότερα από τις τιμές του MAF στις συχνότητες των αρμονικών αυτών, με αποτέλεσμα να μην είναι απολύτως ακουστές.

Γ. Υποκειμενικές μετρήσεις PWM παραμορφώσεων

Η χρησιμότητα και η εγκυρότητα των υποκειμενικών μετρήσεων Perceptual Audio Quality Measurement [11] (PAQM) και Noise to Mask Ratio [61] (NMR) τις έχει καταστήσει αποδεκτές σε ένα ευρύτατο πλαίσιο ηχητικών εφαρμογών. Οι συγκεκριμένες μετρήσεις

κάνουν χρήση του φαινομένου της ηχητικής επικάλυψης και της αναπαράστασης του ήχου από το ανθρώπινο σύστημα της ακοής για την εκτίμηση της ακουστότητας ή όχι των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων. Για το λόγο αυτό μπορούν να θεωρηθούν πιο ελαστικά κριτήρια σε σχέση με το αντικειμενικό κριτήριο της μέτρησης της απόλυτης παραμόρφωσης, η οποία λαμβάνει υπόψιν το απόλυτο κατώφλι ακοής, κι όχι τον τρόπο με τον οποίο αυτό μεταβάλεται ανάλογα με το ηχητικό σήμα εισόδου.

Όπως είναι ήδη γνωστό [11], [61] για υποκειμενικώς μη ακουστές παραμορφώσεις, θα πρέπει ιδανικά $NMR \rightarrow -\infty$ και $PAQM \rightarrow 0$. Μια τιμή αναφοράς για τα κριτήρια αυτά μπορεί να ληφθεί κατά την εφαρμογή μιας γνωστής παραμόρφωσης στο υπό δοκιμή τυπικό ηχητικό υλικό, όπως ο επανακβαντισμός από 16 σε 8 bit με χρήση dither και υψηλοδιαβατής βαθμίδας μορφοποίησης θορύβου τρίτης τάξης. Σε αυτήν την περίπτωση, οι μέσες τιμές των μετρήσεων PAQM και NMR που ελήφθησαν και οι οποίες στο εξής θα θεωρούνται τιμές αναφοράς φαίνονται στον **Πίνακα 5.3**.

Πίνακας 5.3: Τιμές αναφοράς των ψυχοακουστικών μεγεθών PAQM και NMR που ελήφθησαν κατά τον επανακβαντισμό του υπό δοκιμή ηχητικού υλικού σε 8bit.

PAQM	NMR (dB)
3.6×10^{-3}	-7.9

5.2.2 Μέτρηση πλάτους αρμονικών

Στο **Σχήμα 5.2** φαίνεται η μεταβολή του πλάτους της παραγόμενης κατά την PWM μετατροπή πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής συναρτήσει της συχνότητας του ημιτονικού σήματος εισόδου για όλους τους υπό εξέταση συνδυασμούς των παραμέτρων του και των παραμέτρων της PCM-σε-PWM απεικόνισης και για ευκρίνεια κβαντισμού κατά την PWM μετατροπή ίση με 16bit. Από το Σχήμα αυτό είναι προφανές ότι:

- (α) για μια συγκεκριμένη συχνότητα εισόδου, αύξηση του παράγοντα υπερδειγματοληψίας μειώνει το πλάτος των παραγόμενων αρμονικών. Η παρατήρηση αυτή μπορεί να γενικευτεί στον ποσοτικό κανόνα ότι κάθε διπλασιασμός του παράγοντα υπερδειγματοληψίας μειώνει το πλάτος της πρώτης άρτιας αρμονικής περίπου κατά 12dB. Η τάση αυτή παρατηρείται μέχρις ότου η τιμή πλάτους της αρμονικής αυτής αγγίξει το επίπεδο του θορύβου κβαντισμού, όπως αυτό ορίζεται από την ευκρίνεια κβαντισμού N.

Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε εάν εφαρμόσουμε τις αναλυτικές εξισώσεις σχετικής μεταβολής του πλάτους των PWM-παραγόμενων αρμονικών του **Πίνακα 3.2**. Στον **Πίνακα 5.4** εμφανίζονται οι υπολογισθείσες τιμές (σε dB) του λόγου πλατών της πρώτης άρτιας (r_E) και της πρώτης περιττής (r_O) αρμονικής, όταν εφαρμόζουμε υπερδειγματοληψία παράγοντα x_2 .

Πίνακας 5.4: Πίνακας τιμών της σχετικής μεταβολής του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής κατά την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας x_2 για διαφορετικές τιμές πλάτους M σήματος εισόδου.

q	r_E (dB)		r_O (dB)	
	M=0.98	M=0.01	M=0.98	M=0.01
0	-11.10159	-12.04	-10.22784	-10.23
0.01	-11.10052	-12.04	-10.22061	-10.22
0.02	-11.0973	-12.04	-10.19886	-10.2
0.03	-11.09194	-12.03	-10.16247	-10.16
0.04	-11.08443	-12.02	-10.11125	-10.11
0.05	-11.07477	-12.01	-10.04489	-10.04
0.06	-11.06296	-12	-9.96301	-9.96
0.07	-11.04898	-11.99	-9.86513	-9.87
0.08	-11.03283	-11.97	-9.75064	-9.75
0.09	-11.0145	-11.95	-9.61883	-9.62
0.1	-10.99399	-11.93	-9.46883	-9.47
0.11	-10.97128	-11.91	-9.29962	-9.3
0.12	-10.94636	-11.89	-9.10998	-9.11
0.13	-10.91922	-11.86	-8.8985	-8.9
0.14	-10.88985	-11.83	-8.66348	-8.66
0.15	-10.85822	-11.8	-8.40293	-8.4
0.16	-10.82433	-11.76	-8.11445	-8.11
0.17	-10.78815	-11.73		
0.18	-10.74967	-11.69		
0.19	-10.70887	-11.65		
0.2	-10.66572	-11.61		
0.21	-10.6202	-11.56		
0.22	-10.57228	-11.51		
0.23	-10.52195	-11.46		
0.24	-10.46916	-11.41		
0.25	-10.4139	-11.35		

- (β) κάθε διπλασιασμός της ημιτονικής συχνότητας εισόδου είναι ισοδύναμος με την μείωση της συχνότητας δειγματοληψίας (ή αντίστοιχα του παράγοντα υπερδειγματοληψίας) κατά δύο φορές και κατ' επέκταση έχει σαν συνέπεια την αύξηση του πλάτους της πρώτης άρτιας αρμονικής κατά περίπου 12dB. Το φαινόμενο αυτό είναι σύμφωνο και με τις τιμές σχετικής μεταβολής του πλάτους των αρμονικών που εμφανίζονται στον **Πίνακα 5.4**, καθώς και με τον ενδεικτικό πίνακα τιμών των απολύτων τιμών πλάτους της πρώτης άρτιας αρμονικής που δίνονται στον **Πίνακα 5.5**, συναρτήσει της συχνότητας εισόδου και του εφαρμοζόμενου παράγοντα υπερδειγματοληψίας.

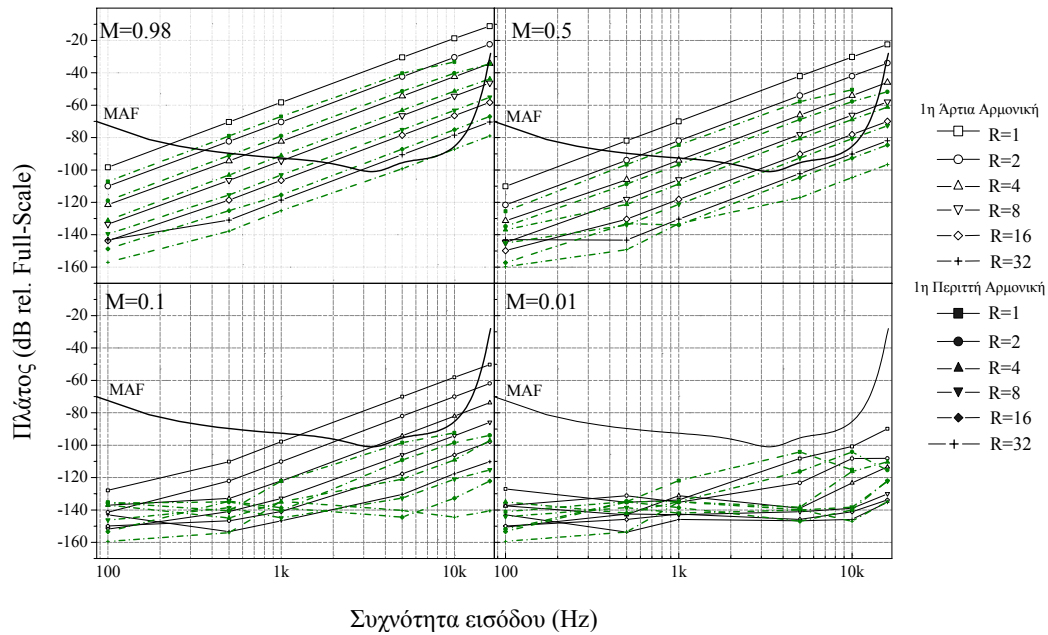
Πίνακας 5.5: Μετρήσεις της επίδρασης της συχνότητας εισόδου και της εφαρμογής υπερδειγματοληψίας xR στο πλάτος (dB rel. Full Scale) της πρώτης PWM-παραγόμενης άρτιας αρμονικής.

Συχνότητα εισόδου (kHz)	Παράγοντας υπερδειγματοληψίας R ($f_s' = R \times 44.1\text{KHz}$)					
	x1	x2	x4	x8	x16	x32
0.5	-69.97	-82.01	-94.06	-106.11	-118.16	-120.5
1	-57.93	-69.97	-82.01	-94.06	-106.11	-118.16
5	-30.07	-42.04	-54.06	-66.09	-78.13	-90.18
8	-22.07	-33.91	-45.90	-57.93	-69.97	-82.01
10	-18.34	-30.07	-42.04	-54.06	-66.09	-78.13

- (γ) η παραπάνω ποσοτική μεταβολή του πλάτους της πρώτης άρτιας αρμονικής του σήματος εισόδου μπορεί επίσης να παρατηρηθεί και στην περίπτωση της πρώτης περιττής αρμονικής, με μόνη τη διαφορά ότι ο ρυθμός μείωσης του πλάτους της συναρτήσει του παράγοντα υπερδειγματοληψίας R μειώνεται, όταν το πλάτος της πλησιάσει την περιοχή του θορύβου κβαντισμού.
- (δ) η μείωση του πλάτους του σήματος εισόδου (η οποία εδώ εκφράζεται με μείωση του δείκτη διαμόρφωσης M) έχει σαν συνέπεια τη συστηματική μείωση του πλάτους των PWM-παραγόμενων αρμονικών και είναι πρακτικά ανεξάρτητη από τη συχνότητα εισόδου ή/και τη συχνότητα δειγματοληψίας. Η παρατήρηση αυτή μπορεί να επαληθευτεί και με χρήση των αναλυτικών εξισώσεων του **Πίνακα 3.2**, που περιγράφουν τη σχετική μεταβολή πλάτους των δύο πρώτων αρμονικών για μεταβαλλόμενο δείκτη διαμόρφωσης M . Στον **Πίνακα 5.6** εμφανίζονται οι υπολογισθείσες τιμές (σε dB) του λόγου πλατών της πρώτης άρτιας (r_E) και της πρώτης περιττής (r_O) αρμονικής, όταν μεταβάλλουμε το κανονικοποιημένο πλάτος του σήματος εισόδου από M σε M' με $M < M'$. Από τον Πίνακα αυτό παρατηρούμε ότι, στην πράξη, η σχετική μεταβολή του πλάτους της κάθε αρμονικής που παρατηρείται κατά την αύξηση της τιμής πλάτους του σήματος εισόδου, εξαρτάται από το εύρος αυτής της μεταβολής, κι όχι από τον συχνοτικό παράγοντα q . Επίσης, είναι φανερό ότι, το πλάτος της πρώτης περιττής αρμονικής εξαρτάται σε μεγαλύτερο βαθμό από το πλάτος του σήματος εισόδου, λόγω των μεγαλύτερων τιμών που παρουσιάζει η σχετική μεταβολή του.
- (ε) Για κάθε συνδυασμό των παραμέτρων του σήματος εισόδου και της PCM σε PWM μετατροπής, η τιμή της εκάστοτε χρησιμοποιούμενης ευκρίνειας κβαντισμού N μετά την μετατροπή δεν επηρεάζει το πλάτος των αρμονικών, αλλά όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, καθορίζει μόνο το επίπεδο του θορύβου κβαντισμού.

Πίνακας 5.6: Πίνακας τιμών της σχετικής μεταβολής του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής για μεταβολή του πλάτους σήματος από M σε M' ($M < M'$).

q	r _E (dB)		r _O (dB)	
	M=0.01, M'=0.98	M=0.5, M'=0.98	M=0.01, M'=0.98	M=0.5, M'=0.98
0.01	79.65	11.69	119.47	17.53
0.02	79.65	11.69	119.47	17.53
0.03	79.64	11.69	119.46	17.53
0.04	79.64	11.68	119.46	17.52
0.05	79.63	11.68	119.44	17.51
0.06	79.62	11.67	119.43	17.50
0.07	79.62	11.67	119.42	17.49
0.08	79.61	11.66	119.40	17.48
0.09	79.59	11.65	119.38	17.47
0.1	79.58	11.64	119.36	17.45
0.11	79.57	11.63	119.33	17.43
0.12	79.55	11.62	119.31	17.41
0.13	79.53	11.60	119.28	17.39
0.14	79.51	11.59	119.25	17.37
0.15	79.49	11.58	119.21	17.34
0.16	79.47	11.56	119.18	17.32
0.17	79.45	11.54		
0.18	79.43	11.53		
0.19	79.40	11.51		
0.2	79.37	11.49		
0.21	79.35	11.47		
0.22	79.32	11.44		
0.23	79.28	11.42		
0.24	79.25	11.40		
0.25	79.22	11.37		



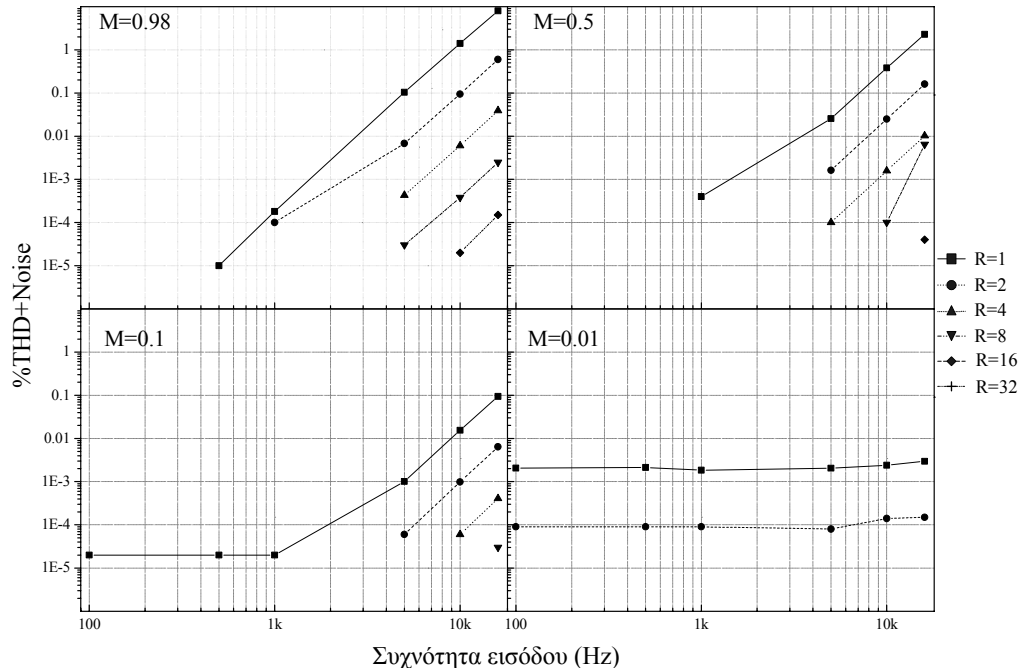
Σχήμα 5.2: Μεταβολή του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής PWM-παραγόμενης αρμονικής συναρτήσει της ημιτονικής συχνότητας εισόδου, για διαφορετικά πλάτη σήματος εισόδου (M) και παράγοντες υπερδειγματοληψίας (R). Η PWM ευκρίνεια κβαντισμού είναι 16 bit σε όλες τις περιπτώσεις.

5.2.3 Μέτρηση (%) αρμονικής παραμόρφωσης

Στο σύνολο των πειραμάτων που περιγράφηκαν προηγουμένως μετρήθηκε η %THD+Noise χρησιμοποιώντας την εξ. (5.1), παράγοντας τα γραφήματα του **Σχήματος 5.3**. Από το Σχήμα αυτό είναι προφανή τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- (α) για κάθε τιμή του παράγοντα υπερδειγματοληψίας R και της ευκρίνειας κβαντισμού N και για μεγάλες τιμές πλάτους του σήματος εισόδου (π.χ. $M=0.98$ ή 0.5), οι τιμές της %THD+Noise αυξάνονται με την συχνότητα του σήματος εισόδου. Για μικρότερα πλάτη σήματος εισόδου ($M=0.1$ ή -20dB-FS), η αύξηση αυτή παρατηρείται μόνο για το άνω άκρο τιμών της συχνότητας εισόδου, ενώ για $M=0.01$ (-40dB-FS), οι τιμές της αρμονικής παραμόρφωσης διατηρούνται σταθερές κι ανεξάρτητες της συχνότητας εισόδου.
- (β) Κάθε διπλασιασμός του παράγοντα υπερδειγματοληψίας R μειώνει την μετρούμενη τιμή της αρμονικής παραμόρφωσης κατά έναν παράγοντα περίπου ίσο με 20, γεγονός

αναμενόμενο λόγω της μείωσης του πλάτους των αρμονικών με την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας στα δεδομένα εισόδου.



Σχήμα 5.3: Μεταβολή της παραγόμενης από την PWM μετατροπή %THD+Noise σε συνάρτηση με τη ημιτονική συχνότητα εισόδου, για διαφορετικά πλάτη σήματος εισόδου (M) και παράγοντες υπερδειγματοληψίας (R). Η PWM ευκρίνεια κβαντισμού είναι 16 bit σε όλες τις περιπτώσεις.

5.2.4 Μέτρηση απόλυτης παραμόρφωσης

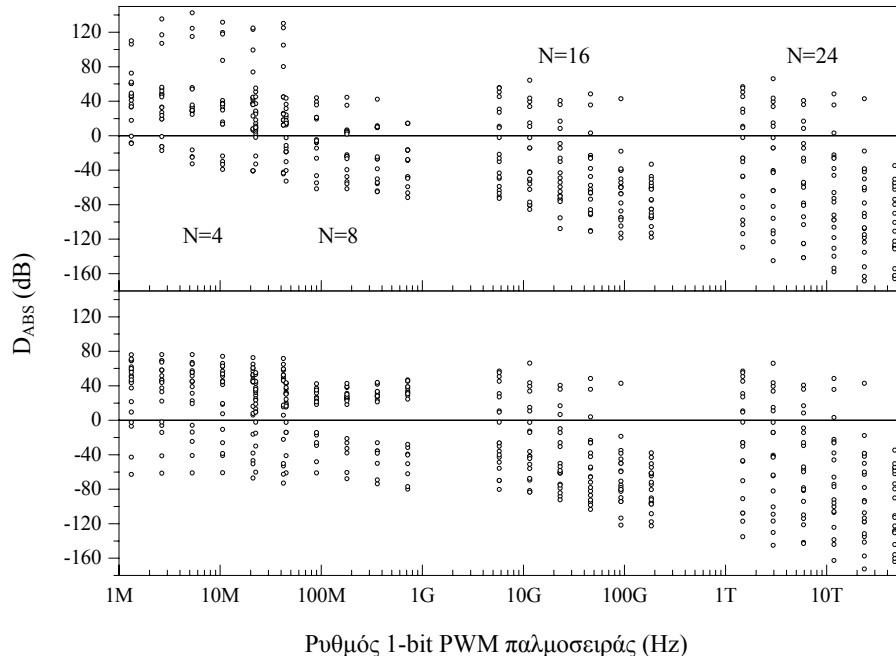
Η βαρύτητα της μέτρησης της αρμονικής παραμόρφωσης, όπως αυτή έχει οριστεί από τις εξ. (5.2) και (5.3), μπορεί εύκολα να φανεί στο **Σχήμα 5.2**, όπου συγκρίνονται τα πλάτη της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής με το ελάχιστο κατώφλι ακοής (MAF). Από το Σχήμα αυτό προκύπτει ότι σε μερικές περιπτώσεις, ενώ τα πλάτη των παραπάνω αρμονικών είναι υψηλότερα από το επίπεδο του θορύβου κβαντισμού, εντούτοις οι αρμονικές δεν θα γίνονται αντιληπτές από το μηχανισμό της ακοής, λόγω της φασματικής μορφής του ελάχιστου κατωφλίου ακοής. Η παραπάνω παρατήρηση μπορεί να συνδεθεί με το σύνολο των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν, μέσω του χάρτη απεικόνισης της D_{ABS} (**Σχήμα 5.4**) συναρτήσει του συνολικού ρυθμού της 1-bit PWM παλμοσειράς (όπως αυτός ορίζεται με βάση την εξ. (2.1)). Από το **Σχήμα 5.4** μπορούν να εξαχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα:

- (α) Κατά την αύξηση της ευκρίνειας κβαντισμού N από 16 σε 24bit, οι περιπτώσεις ακουστικής αρμονικής παραμόρφωσης δεν ελαττώνονται. Αυτό οφείλεται i) στο γεγονός ότι η ευκρίνεια κβαντισμού δεν επηρεάζει το πλάτος των παραγόμενων κατά την PWM μετατροπή αρμονικών και ii) η δυναμική περιοχή του ελαχίστου κατωφλίου ακοής δεν επηρεάζεται από την ευκρίνεια κβαντισμού, οπότε η μεταβολή της τελευταίας από 24 σε 16 δεν επηρεάζει την τιμή της D_{ABS} .
- (β) Κατά τον επανακβαντισμό των ψηφιακών δειγμάτων εισόδου από $N=16$ σε 8bit πριν την PWM μετατροπή, και με δεδομένο έναν ρυθμό PWM ρολογιού f_p , η μετρηθείσα παραμόρφωση μειώνεται στην περίπτωση χρήσης dither και βαθμίδας μορφοποίησης θορύβου (noise-shaping).
- (γ) Επιπλέον μείωση της ευκρίνειας κβαντισμού σε 4bit, έχει σαν αποτέλεσμα την υψηλή τιμή της D_{ABS} . Το γεγονός αυτό είναι απόλυτα αναμενόμενο, εάν λάβει κανείς υπόψιν ότι η μείωση του πλάτους των αρμονικών με την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας, ή με την μείωση της συχνότητας/πλάτους του σήματος εισόδου γίνεται πάντα μέχρι το επίπεδο του θορύβου κβαντισμού το οποίο, στην περίπτωση όπου $N=4$ bit, είναι αρκετά υψηλό και κατ' επέκταση ο θόρυβος κβαντισμού είναι αντιληπτός σε όλη την ακουστική περιοχή συνοτήτων.

5.2.5 Μέτρηση υποκειμενικών κριτηρίων

Ο χάρτης τιμών των υποκειμενικών κριτηρίων PAQM και NMR που υπολογίσθηκαν για όλες τις περιπτώσεις σήματος εισόδου και PWM μετατροπής δίνεται στο **Σχήμα 5.5** ως συνάρτηση του συνολικού PWM ρυθμού ρολογιού. Στο ίδιο Σχήμα σημειώνονται και οι τιμές αναφοράς των υποκειμενικών μετρήσεων, όπως αυτές προέκυψαν με βάση τη μεθοδολογία που αναφέρθηκε προηγουμένως (**Πίνακας 5.3**). Παρατηρώντας το διάγραμμα αυτό μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- (α) Για όλες τις υπό εξέταση περιπτώσεις ευκρίνειας κβαντισμού N , η μείωση της ψυχοακουστικά σημαντικής και ακουστικής παραμόρφωσης απαιτεί την εφαρμογή υψηλού παράγοντα υπερδειγματοληψίας (τυπικά $\times 8$ ή περισσότερο).



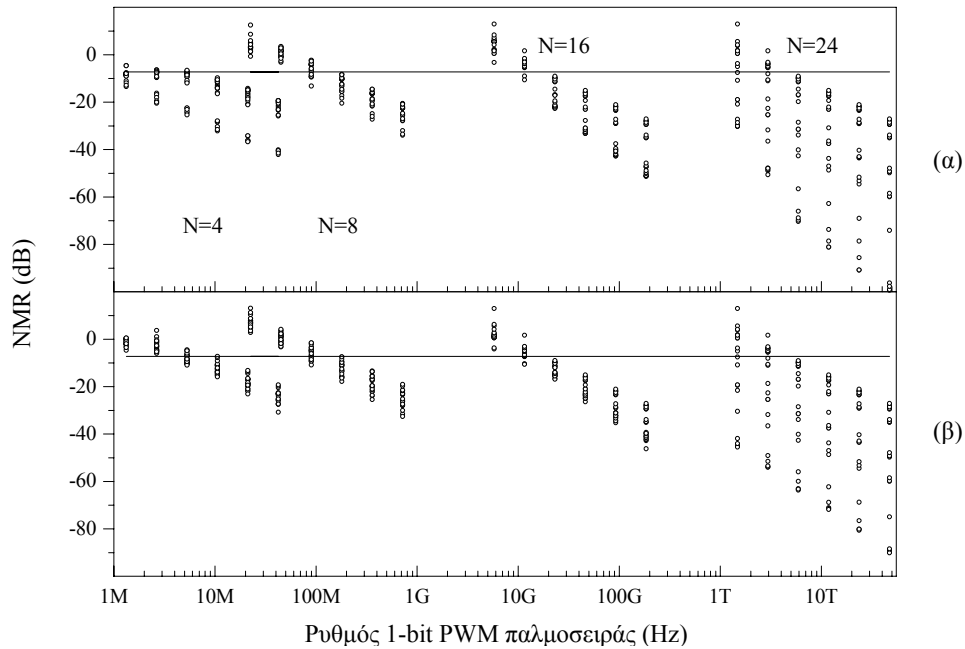
Σχήμα 5.4: Μεταβολή της μέτρησης απόλυτης παρομόρφωσης (D_{ABS}) σε συνάρτηση με τον συνολικό ρυθμό της 1-bit PWM παλμοσειράς για όλες τις περιπτώσεις των ημιτονικών σημάτων εισόδου: (α) με χρήση TPDF dither και βαθμίδας υψηλοδιαβατικής μορφοποίησης θορύβου 3^{15} τάξης (β) χωρίς χρήση dither και βαθμίδας μορφοποίησης θορύβου.

(β) Εστιάζοντας στις χειρότερες περιπτώσεις PCM-σε-PWM μετατροπής (π.χ. υψηλή συχνότητα και μεγάλο πλάτος σήματος εισόδου), δεν υπάρχει σαφές πλεονέκτημα της PWM μετατροπής όταν $N=24$ bit αντί για $N=16$ bit, ενώ αντίθετα ο ρυθμός του PWM ρολογιού αυξάνεται στην περιοχή των THz. Οι δύο αυτές παρατηρήσεις είναι πολύ σημαντικές με δεδομένη τη σύγχρονη τάση επιβολής νέου πρωτύπου αποθήκευσης και διανομής της ψηφιακής ηχητικής πληροφορίας με ευκρίνεια κβαντισμού 24bit και συχνότητα δειγματοληψίας ίση προς 96kHz.

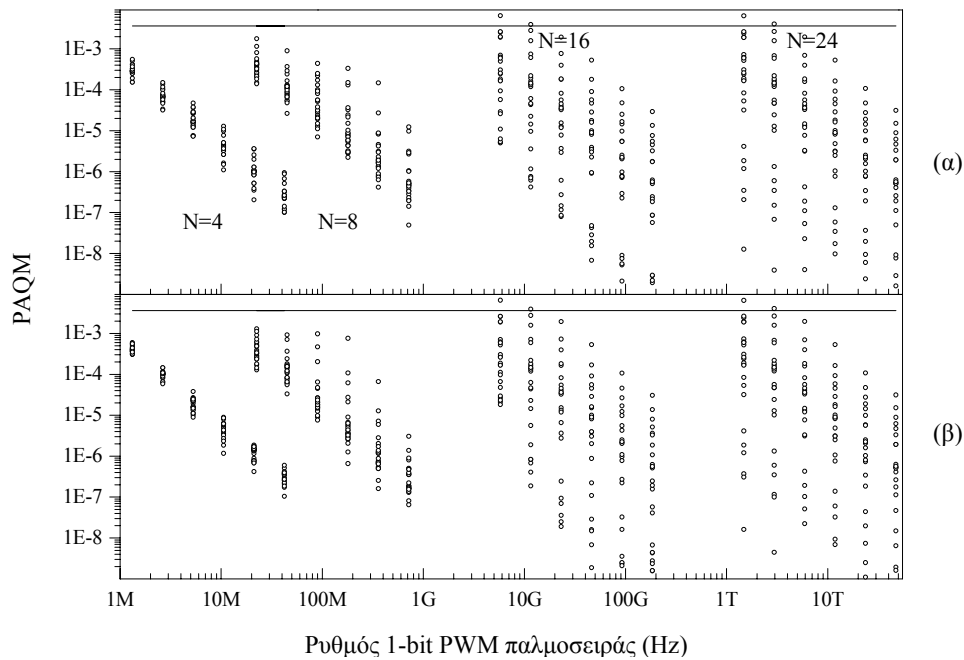
(γ) Εάν εφαρμοσθεί υπερδειγματοληψία, ο επανακβαντισμός των ψηφιακών δειγμάτων εισόδου σε 8bit ή ακόμα και σε 4 bit μπορεί να μειώσει δραματικά τον τελικό PWM ρυθμό (στην περιοχή των MHz), επιτυγχάνοντας συγχρόνως υποκειμενικά «διάφανη» PWM μετατροπή. Στην περίπτωση αυτή, η χρήση βαθμίδας μορφοποίησης θορύβου (Noise shaping) συνεισφέρει κατά πολύ στην βελτίωση της απόδοσης της μετατροπής, κυρίως όσον αφορά στην ακουστότητα του παραγόμενου θορύβου χρονικού κβαντισμού.

Παρόλα αυτά, η παραπάνω παρατήρηση μπορεί να ερμηνευτεί και ως εξής: η PWM μετατροπή δεν εισάγει σημαντική παραμόρφωση σε ένα ήδη παραμορφωμένο λόγω επανακβαντισμού ψηφιακό ηχητικό σήμα τύπου PCM.

- (δ) Το υποκειμενικό κριτήριο NMR φαίνεται να είναι πιο ευαίσθητο στην εκτίμηση τέτοιων παραμορφώσεων σε σχέση με το κριτήριο PAQM, το οποίο αποδεικνύεται αρκετά ελαστικό στον προσδιορισμό της ακουστότητας των παραμορφώσεων για τις περιπτώσεις σημάτων και μετατροπής που εξετάστηκαν.



Σχήμα 5.5: Μεταβολή της τιμής του NMR με το ρυθμό της 1-bit PWM παλμοσειράς: (α) με χρήση TPDF dither και βαθμίδα υψηλοδιαβατικής μορφοποίησης θορύβου 3^{15} τάξης (β) χωρίς dither και μορφοποίηση θορύβου.



Σχήμα 5.6: Μεταβολή της τιμής του PAQM με το ρυθμό της 1-bit PWM παλμοσειράς: (α) με χρήση TPDF dither και βαθμίδα υψηλοδιαβατικής μορφοποίησης θορύβου 3^{ης} τάξης (β) χωρίς dither και μορφοποίηση θορύβου.

5.2.6 Μέτρηση παραμορφώσεων τυπικών ηχητικών κυματομορφών

Οι τιμές των μετρήσεων των υποκειμενικών κριτηρίων που ελήφθησαν για το τυπικό ηχητικό υλικό που μετατράπηκε σε PWM παλμοσειρά μέσω της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM δίνονται στον **Πίνακα 5.7**.

Πίνακας 5.7: Ψυχοακουστικές μετρήσεις σε τυπικό ηχητικό υλικό

Ηχητικό Υλικό	16 bit PCM σε 16 bit PWM		16 bit PCM σε 4 bit PWM		Επανακβαντισμός από 16 σε 8 bit PCM	
	PAQM	NMR	PAQM	NMR	PAQM	NMR
Όργανο	9.6×10^{-4}	-15.7	0.0064	20.0	0.0033	-6.69
Φωνή	3.7×10^{-4}	-15.5	0.0090	21.1	0.0048	-2.16
Ρορ	3.5×10^{-4}	-21.3	0.0037	0.33	0.0011	-25.72
Ορχήστρα	3.1×10^{-4}	-15.4	0.0098	33.1	0.0053	2.84
Μέση τιμή	5×10^{-4}	-16.9	0.0072	18.6	0.0036	-7.9

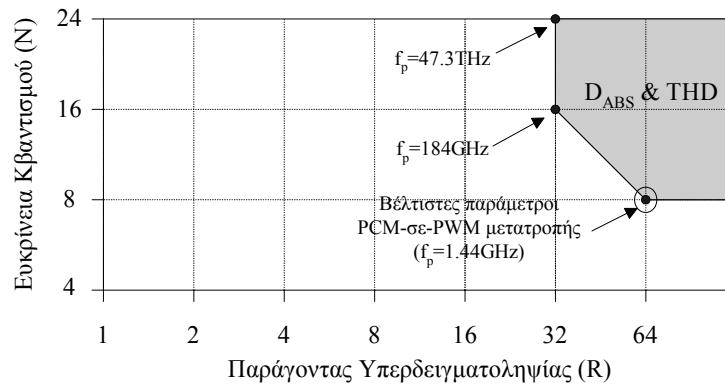
Με βάση τις παραπάνω τιμές μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- (α) για τους περισσότερους τύπους ηχητικού υλικού και με δεδομένο ότι η αρχική PCM ευκρίνεια κβαντισμού ($N=16\text{bit}$) διατηρείται μετά την PWM μετατροπή, η PWM-παραγόμενη παραμόρφωση είναι (υποκειμενικά) λιγότερο αντιληπτή σε σχέση με την παραμόρφωση που εισάγεται κατά τον επανακβαντισμό ενός PCM ηχητικού σήματος από 16 σε 8 bit.
- (β) ο επανακβαντισμός του ηχητικού υλικού σε $N=4\text{bit}$ πριν την PWM μετατροπή αυξάνει δραματικά την αντιληπτή παραμόρφωση. Γίνεται έτσι σαφές ότι η χρήση βαθμίδας επανακβαντισμού πριν την μετατροπή των ηχητικών δειγμάτων σε PWM παλμοσειρά πρέπει να συνοδεύεται από διορθωτικές τεχνικές, όπως για παράδειγμα η υπερδειγματοληψία και η μορφοποίηση θορύβου.

5.2.7 Περιοχή αποδεκτής PWM μετατροπής

Κάνοντας συνδιασμένη χρήση όλων των μετρήσεων που αναφέρθηκαν προηγουμένως, μπορεί να σχεδιαστεί η περιοχή αποδεκτής απεικόνισης PCM-σε-PWM με κριτήριο την ακουστικά «διάφανη» μετατροπή, η οποία φαίνεται στο **Σχήμα 5.7**. Με δεδομένο ότι ο αντικειμενικός στόχος είναι η επιλογή εκείνων των παραμέτρων μετατροπής πάνω στο διάγραμμα αυτό, που προκαλούν τις λιγότερες παραμορφώσεις, αλλά συγχρόνως συγκρατούν τον PWM ρυθμό σε χαμηλά επίπεδα τιμών, είναι προφανές ότι ο βέλτιστος ρυθμός είναι ο $f_p=1.4\text{GHz}$, ο οποίος επιτυγχάνεται με αρχική PCM ευκρίνεια κβαντισμού $N=8\text{bit}$ και εφαρμογή υπερδειγματοληψίας παράγοντα $\times 64$, οπότε και έχουμε πλήρως διάφανη ακουστικά PWM μετατροπή κάνοντας χρήση μόνο των αντικειμενικών κριτηρίων. Εάν όμως λάβουμε υπόψιν και τα αποτελέσματα που ελήφθησαν από τις μετρήσεις των υποκειμενικών κριτηρίων, ο παραπάνω ρυθμός μπορεί να μειωθεί αισθητά (περίπου 4 φορές), λόγω της μείωσης της τιμής του απαιτούμενου παράγοντα υπερδειγματοληψίας σε $R=16$.

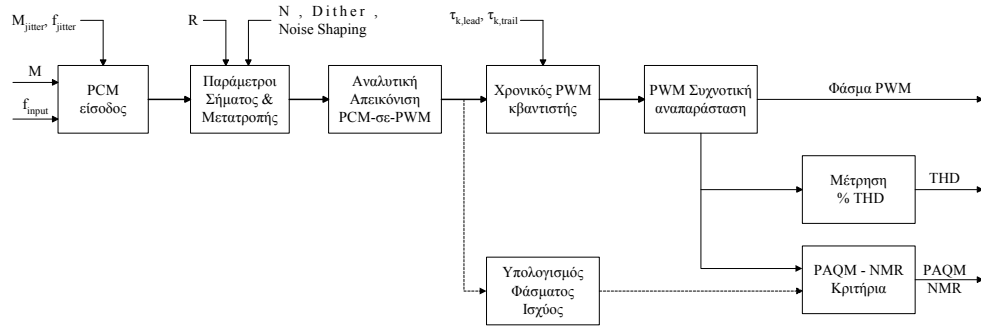
Αυτό που έγινε σαφές ωστόσο με τη χρήση των υποκειμενικών κριτηρίων είναι ότι το μεγαλύτερο ποσοστό της ψυχοακουστικά σημαντικής παραμόρφωσης που εμπεριέχεται στην PWM παλμοσειρά, οφείλεται στον επανακβαντισμό του αρχικού 16-bit PCM σήματος σε μικρότερη ευκρίνεια κβαντισμού, με στόχο την μείωση του τελικού ρυθμού PWM ρολογιού. Όταν όμως το ψηφιακό υλικό έχει αρχική ευκρίνεια κβαντισμού $N=24\text{bit}$ κι επανακβαντίζεται σε $N=16\text{bit}$, τότε, σε αυτήν την περίπτωση, αυξάνεται η συνεισφορά της PWM-παραγόμενης παραμόρφωσης, λόγω της αυξημένης δυναμικής περιοχής του ψηφιακού σήματος, το αποτέλεσμα όμως της ύπαρξης της επιπλέον παραμόρφωσης δεν είναι ψυχοακουστικά αντιληπτό.



Σχήμα 5.7: Περιοχή ακουστικά αποδεκτής PWM μετατροπής σύμφωνα με τις μετρήσεις των αντικειμενικών κριτηρίων.

5.3 Jitter και PWM μετατροπή

Με δεδομένο ότι η PWM-μετατροπή έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία μη γραμμικών παραμορφώσεων, η επίδραση του jitter δειγματοληψίας (sampling clock jitter) στο PCM πεδίο στην τελική PWM παλμοσειρά, είναι αρκετά πιο πολύπλοκη σε σχέση με την αντίστοιχη επίδραση που έχει η παρουσία του jitter στα PCM δεδομένα. Το γεγονός αυτό αποδείχτηκε μέσα από μια διαδικασία πειραμάτων (η οποία περιγράφεται διαγραμματικά στο **Σχήμα 5.8**), όπου χρησιμοποιήθηκαν ημιτονικές PCM κυματομορφές ως είσοδοι στον PWM διαμορφωτή, με παραμέτρους που φαίνονται στον **Πίνακα 5.8**, για τον καθορισμό του τύπου και του μεγέθους των παραμορφώσεων που εισάγονται κατά την PCM-σε-PWM μετατροπή, υπό την παρουσία τυχαίου και ημιτονοειδούς jitter, με παραμέτρους που φαίνονται στον **Πίνακα 5.9**. Για την εκτίμηση των παραμορφώσεων αυτών χρησιμοποιήθηκαν τόσο αντικειμενικά κριτήρια (π.χ. μέτρηση αρμονικής παραμόρφωσης), όσο και υποκειμενικά (PAQM, NMR), όπως αυτά ορίστηκαν στην προηγούμενη ενότητα.



Σχήμα 5.8: Block διάγραμμα της μεθοδολογίας των πειραμάτων για την εκτίμηση της επίδρασης του jitter κατά την PWM-μετατροπή.

Πίνακας 5.8: Παράμετροι PCM ημιτονικών σημάτων εισόδου

Παράμετροι σήματος εισόδου	Τιμές
Συχνότητα f_{input} (kHz)	0.5, 5, 10
Δείκτης διαμόρφωσης M	0.98
Συχνότητα δειγματοληψίας f_s (kHz)	44.1
Παράγοντας υπερδειγματοληψίας R	1, 4
Ευκρίνεια κβαντισμού N (bit)	16, 8
Τύπος μορφοποίησης θορύβου	όχι, 3 ^{ης} τάξης

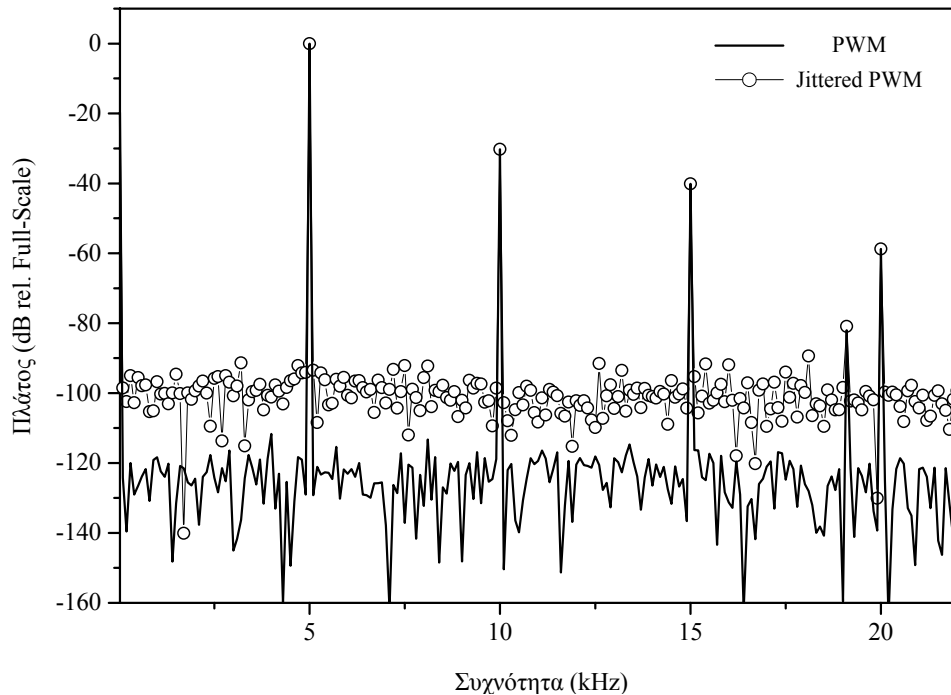
Πίνακας 5.9: Παράμετροι Jitter

Παράμετρος	Τιμές
Τύπος Jitter	Τυχαίο (κανονική PDF) ημιτονικό
Μέγιστο πλάτος M_{jitter} (nsec)	0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.8, 0.9, 1, 10, 100, 200
Συχνότητα f_{jitter} (Hz)	200, 400, 1000

5.3.1 Jitter στο PCM πεδίο

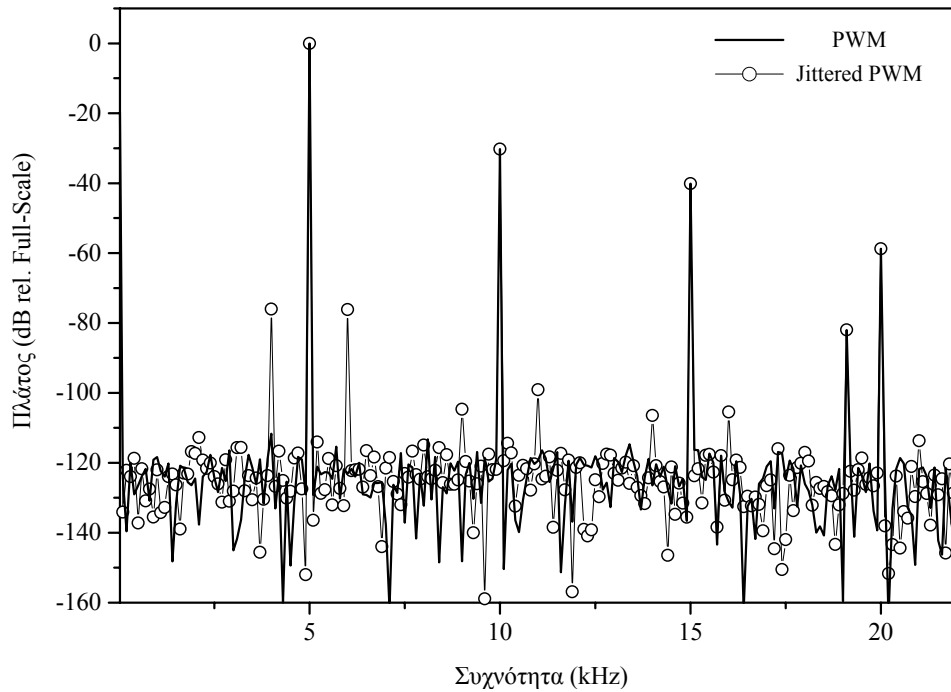
Με βάση την πειραματική μεθοδολογία που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα παρατηρήθηκε ότι, κατά την εφαρμογή τυχαίου jitter πριν την PCM-σε-PWM μετατροπή, παρατηρείται αύξηση του θορύβου κβαντισμού στο λαμβανόμενο PWM φάσμα, η οποία μεγαλώνει με την αύξηση του πλάτους του jitter (M_{jitter}), την ημιτονική συχνότητα εισόδου και τον παράγοντα υπερδειγματοληψίας R, με τρόπο ακριβώς όμοιο με αυτόν που παρατηρείται στο αντίστοιχο PCM φάσμα [50]. Στο **Σχήμα 5.9** φαίνεται ένα παράδειγμα της παραπάνω επίδρασης του jitter, για την περίπτωση ενός μεγίστου πλάτους ημιτονικού PCM σήματος, βασικής συχνότητας $f_{input}=5\text{kHz}$, συχνότητας δειγματοληψίας $f_s=44.1\text{kHz}$ και ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$. Για την χειρότερη περίπτωση PWM μετατροπής που εξετάστηκε (ημιτονική είσοδος συχνότητας 10kHz, μέγιστου πλάτους και $N=16\text{bit}$), βρέθηκε

ότι η αύξηση του επιπέδου του θορύβου κβαντισμού παρατηρείται για πλάτος jitter μεγαλύτερο από 200psec.



Σχήμα 5.9: Επίδραση τυχαίου jitter ($M_{\text{jitter}}=10\text{nsec}$) στο PCM πεδίο στο φάσμα PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα μεγίστου πλάτους, συχνότητας 5kHz ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$).

Στο **Σχήμα 5.10** φαίνεται ένα παράδειγμα της επίδρασης ημιτονικού τύπου jitter που εφαρμόζεται στο PCM πεδίο, στο φάσμα της παραγόμενης PWM παλμοσειράς. Από το Σχήμα αυτό είναι φανερό ότι μετά την PWM μετατροπή δημιουργούνται πλευρικές φασματικές συνιστώσες που απέχουν από τη συχνοτική συνιστώσα που αντιστοιχεί στο σήμα εισόδου, αλλά και στην πρώτη άρτια και περιττή αρμονική του απόσταση ίση προς τη βασική συχνότητα του jitter. Τα ίδια αποτελέσματα ελήφθησαν σε όλες τις υπό εξέταση περιπτώσεις της πειραματικής διαδικασίας, κατά τη οποία βρέθηκε ότι το πλάτος των παραπάνω συνιστωσών αυξάνεται με το πλάτος του jitter και τη συχνότητα του σήματος εισόδου.



Σχήμα 5.10: Επίδραση ημιτονικού jitter ($M_{\text{jitter}}=10\text{nsec}$, $f_{\text{jitter}}=1\text{kHz}$) στο PCM πεδίο στο φάσμα PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα μεγίστου πλάτους, συχνότητας 5kHz ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$).

Λόγω της υψηλής παραμόρφωσης που εισάγεται κατά την PWM μετατροπή, οι μετρήσεις τις αρμονικής παραμόρφωσης δεν αποδείχθηκαν ενδεικτικές της επίδρασης του jitter στην PWM παλμοσειρά (Σχήματα 5.11 και 5.12). Κάνοντας χρήση όμως του υποκειμενικού κριτηρίου NMR (Σχήματα 5.13 και 5.14) βρέθηκε ότι, για χαμηλές συχνότητες εισόδου ($f_{\text{input}} < 500\text{Hz}$) και χωρίς χρήση υπερδειγματοληψίας, η επίδραση του (τυχαίου και ημιτονικού) jitter δεν είναι ακουστή όταν $M_{\text{jitter}} < 200\text{ps}$, ενώ για τις υπόλοιπες συχνότητες εισόδου, είναι πάντα αντιληπτή. Σε κάθε περίπτωση όμως, και για $M_{\text{jitter}} < 30\text{ps}$, η ακουστή παραμόρφωση είναι λιγότερο αντιληπτή σε σχέση με την υποκειμενικά αντιληπτή παραμόρφωση που προκαλείται κατά τον επανακβαντισμό ενός $N=16\text{bit}$ PCM σήματος σε 8bit (Πίνακας 5.3). Επίσης, όπως φαίνεται και στα Σχήματα 5.13 και 5.14, στην περίπτωση ημιτονικού jitter, οι προκύπτουσες τιμές του NMR είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες που λαμβάνονται υπό την επίδραση τυχαίου jitter για $M_{\text{jitter}} > 1\text{nsec}$.

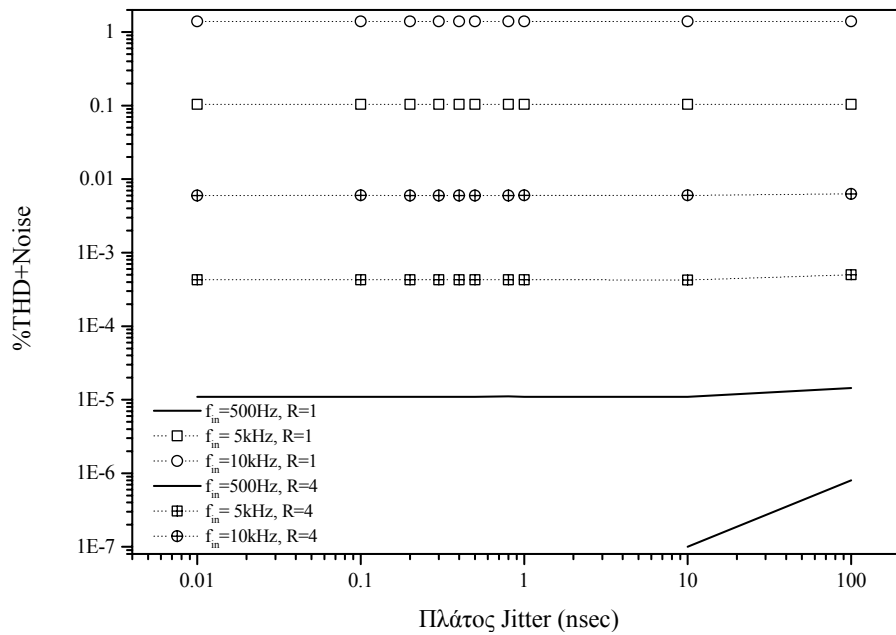
Κάνοντας χρήση του υποκειμενικού κριτηρίου PAQM (Σχήματα 5.15 και 5.16) παρατηρούμε ότι κατά την εφαρμογή τυχαίου jitter στο PCM πεδίο, για όλες τις ημιτονικές συχνότητες εισόδου και χωρίς εφαρμογή υπερδειγματοληψίας ($R=1$), η αντιληπτή

παραμόρφωση λόγω της παρουσίας του jitter είναι μικρότερη από αυτήν που προκαλείται από την PCM-σε-PWM μετατροπή. Όπως επίσης φαίνεται στο **Σχήμα 5.16**, οι τιμές του κριτηρίου PAQM δεν είναι ενδεικτικές της jitter-παραγόμενης ακουστικής παραμόρφωσης στην περίπτωση ημιτονικού jitter.

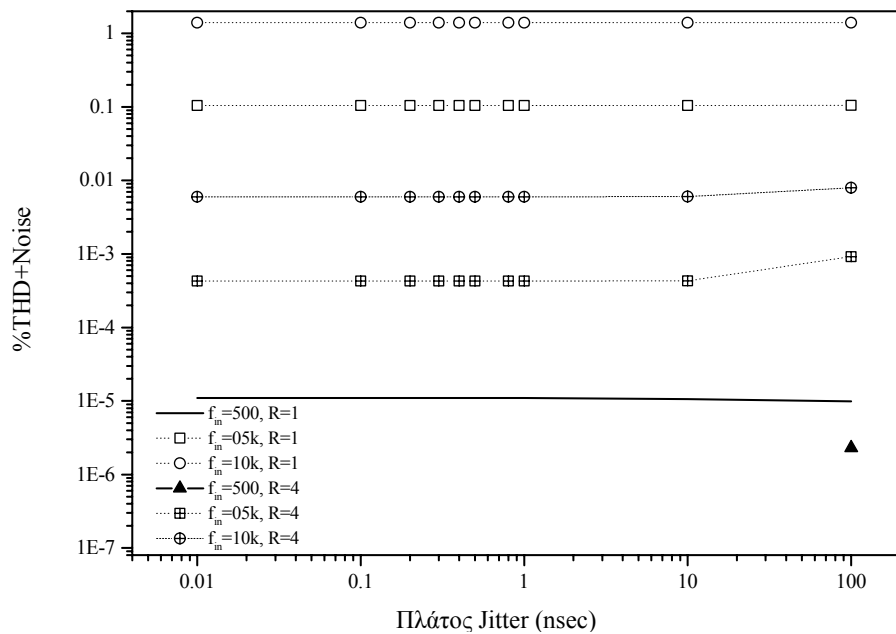
5.3.2 Jitter στο PWM πεδίο

Κατά την εφαρμογή τυχαίου, στατιστικά ελεγχόμενου jitter στο PWM χρονικό εδίο, παρατηρείται μια αύξηση του επιπέδου του θορύβου κβαντισμού (**Σχήμα 5.17**) με το πλάτος του jitter, τη συχνότητα του ημιτονικού σήματος και τη συχνότητα δειγματοληψίας, η οποία είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από αυτήν που παρατηρείται στην περίπτωση τυχαίου jitter στο PCM-πεδίο. Για την χειρότερη περίπτωση PCM-σε-PWM μετατροπής που εξετάστηκε ($f_{\text{impul}}=10\text{kHz}$) έγινε επίσης φανερό ότι η παραπάνω αύξηση ξεκινά για $M_{\text{jitter}}>100\text{ps}$. Στην περίπτωση ημιτονικού jitter (**Σχήμα 5.18**), δημιουργούνται σύνθετα προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης σε ολόκληρο το εύρος ακουστών συχνοτήτων, των οποίων το πλάτος αυξάνεται επίσης με το πλάτος του jitter και τη συχνότητα του σήματος εισόδου. Επιπλέον, όπως και στην περίπτωση της εφαρμογής jitter στο PCM πεδίο, οι μετρηθείσες τιμές της αρμονικής παραμόρφωσης (**Σχήματα 5.19** και **5.20**) άρχισαν να εμφανίζουν μια αυξητική τάση για υψηλές τιμές πλάτους τυχαίου και ημιτονικού jitter ($M_{\text{jitter}}>1\text{nsec}$), οι οποίες όμως πρακτικώς είναι σχετικά απίθανο να εμφανιστούν σε πρακτικές περιπτώσεις. Αυτό που επίσης παρατηρήθηκε (**Σχήμα 5.17** και **5.18**) είναι ότι, η παρουσία του jitter στο PWM χρονικό πεδίο, δεν επηρεάζει το πλάτος των PWM-παραγόμενων αρμονικών.

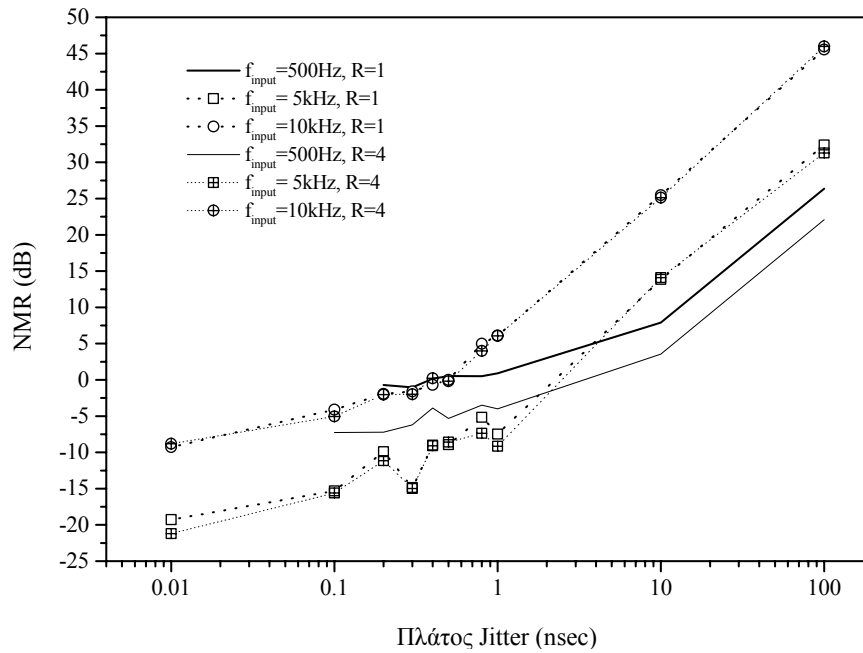
Οι μετρήσεις των υποκειμενικών κριτηρίων (NMR και PAQM – **Σχήματα 5.21, 5.22, 5.23** και **5.24**) έδειξαν ότι και στις δύο περιπτώσεις jitter στο PWM πεδίο και για $N=16\text{bit}$ ($f_p=5.78$ και 23.12GHz), τιμές πλάτους jitter μικρότερες από 0.1nsec εισάγουν μη ακουστές παραμορφώσεις, με τις τιμές του NMR να αυξάνουν δραματικά πάνω από το όριο αυτό. Κατά τον επανακβαντισμό των αρχικών ψηφιακών δεδομένων σε $N=8\text{bit}$, πριν την PWM μετατροπή ($f_p=22.5$ και 90MHz), το παραπάνω όριο γίνεται 100ns και 10ns αντίστοιχα.



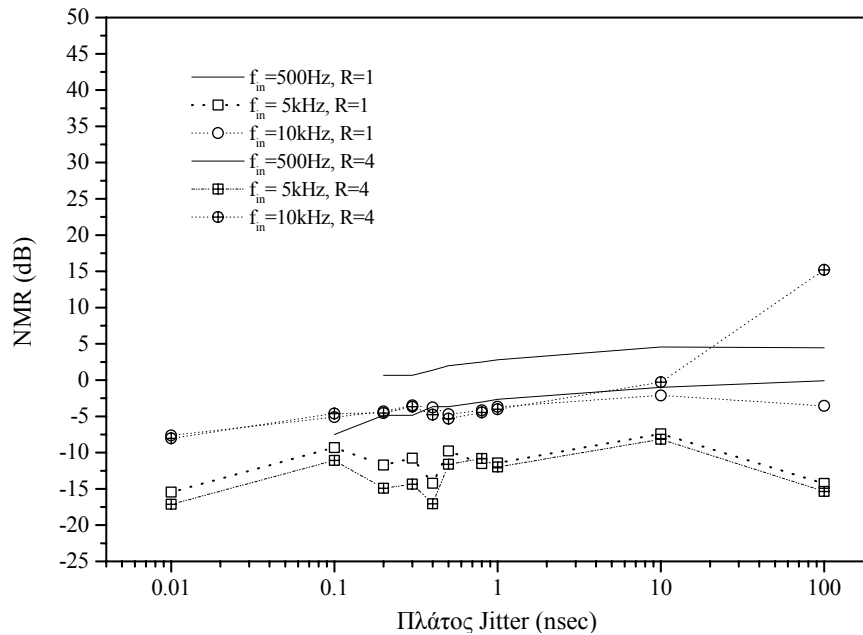
Σχήμα 5.11: Μεταβολή των τιμών της %THD+Noise με το πλάτος τυχαίου jitter στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



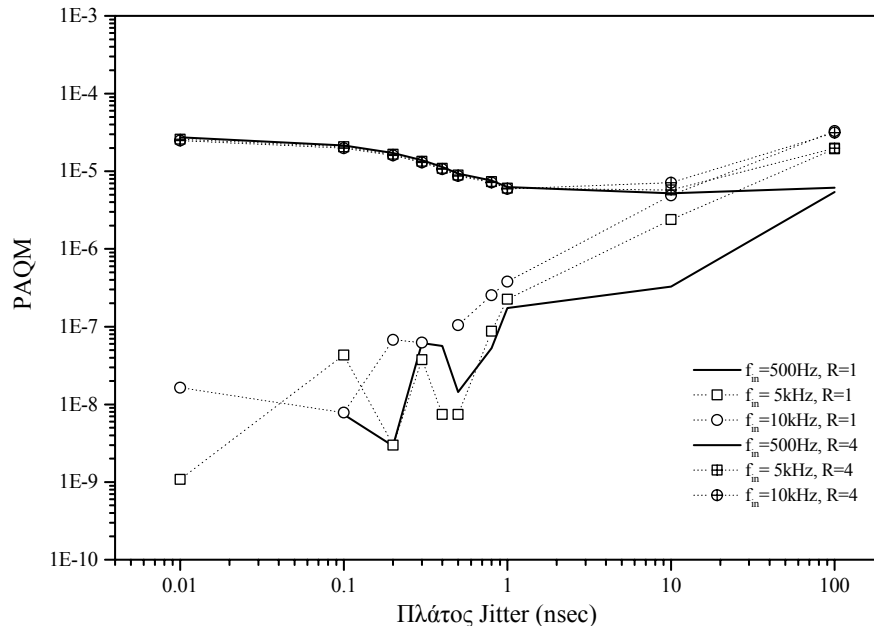
Σχήμα 5.12: Μεταβολή των τιμών της %THD+Noise με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



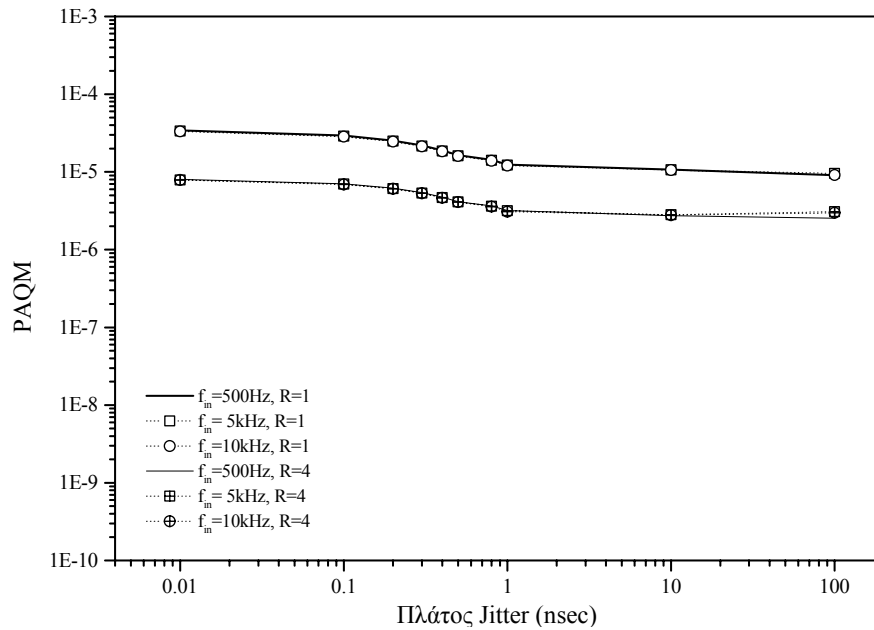
Σχήμα 5.13: Μεταβολή των τιμών του NMR με το πλάτος τυχαίου jitter στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



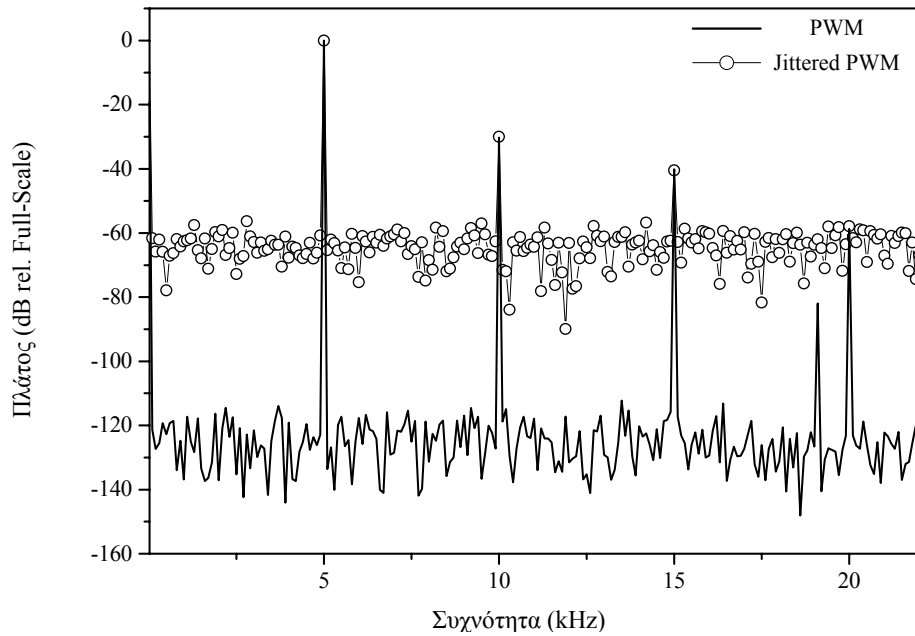
Σχήμα 5.14: Μεταβολή των τιμών του NMR με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



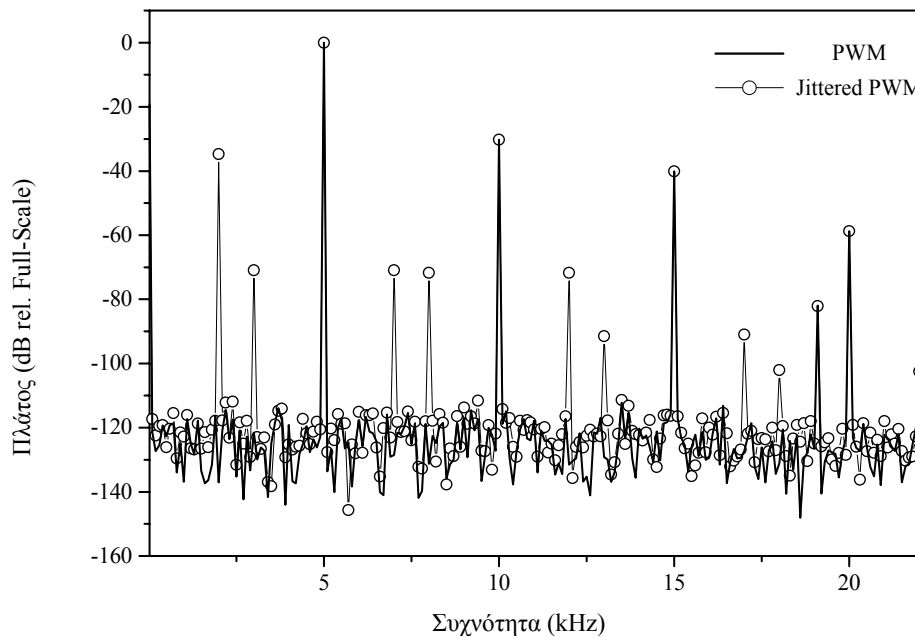
Σχήμα 5.15: Μεταβολή των τιμών του PAQM με το πλάτος τυχαίου jitter στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



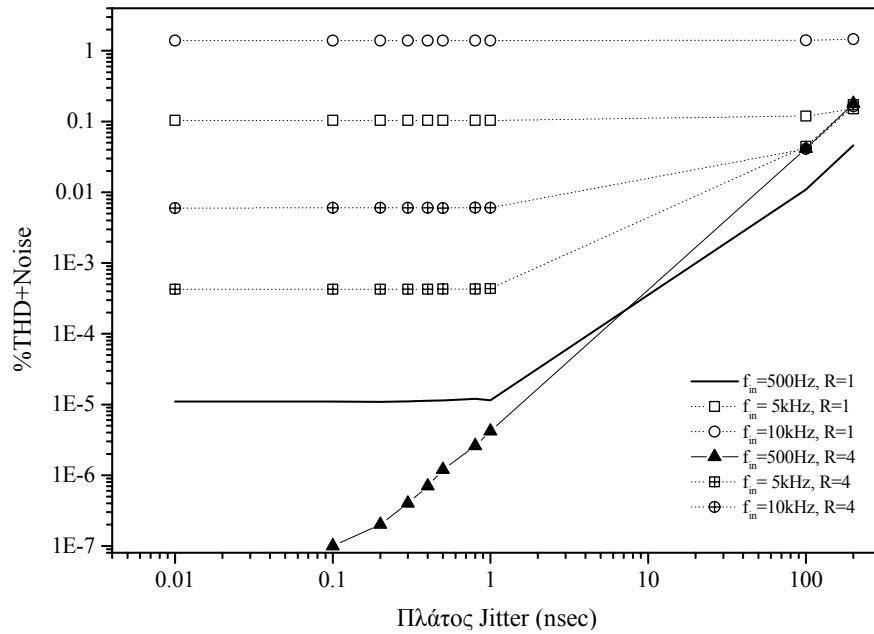
Σχήμα 5.16: Μεταβολή των τιμών του PAQM με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



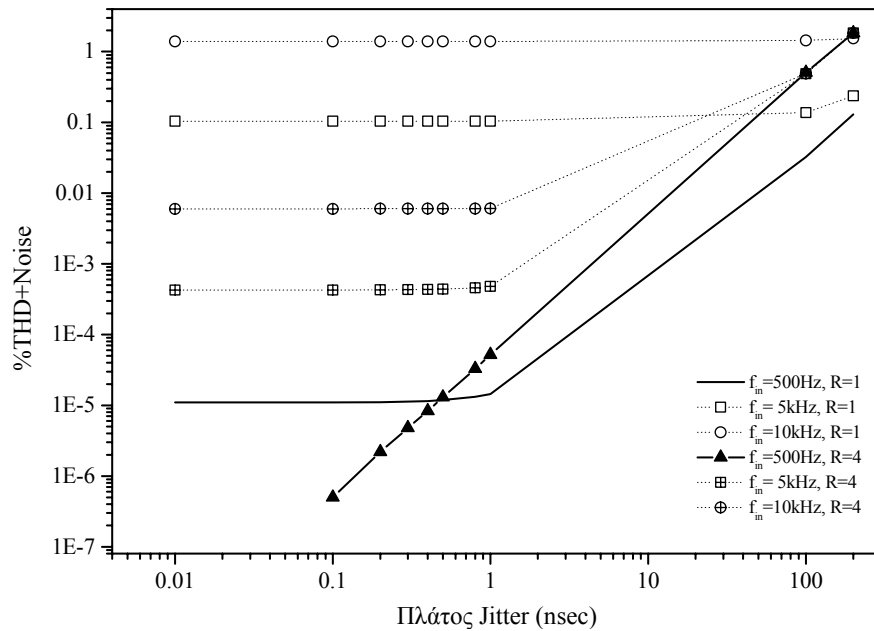
Σχήμα 5.17: Επίδραση τυχαίου jitter ($M_{\text{jitter}}=100\text{nsec}$) στο PWM πεδίο στο φάσμα PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα μεγίστου πλάτους, συχνότητας 5kHz ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$).



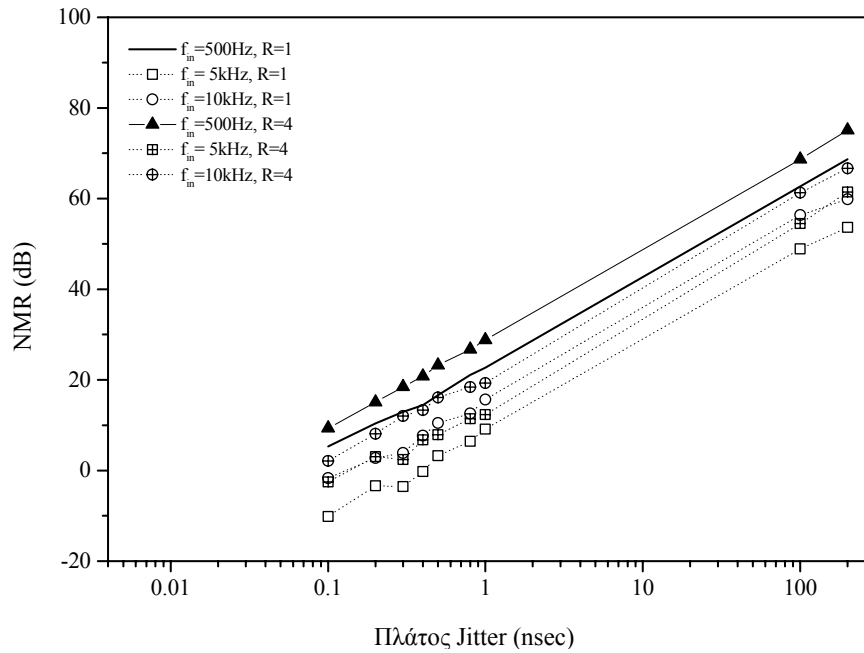
Σχήμα 5.18: Επίδραση ημιτονικού jitter ($M_{\text{jitter}}=100\text{nsec}$, $f_{\text{jitter}}=1\text{kHz}$) στο PWM πεδίο στο φάσμα PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα μεγίστου πλάτους, συχνότητας 5kHz ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$).



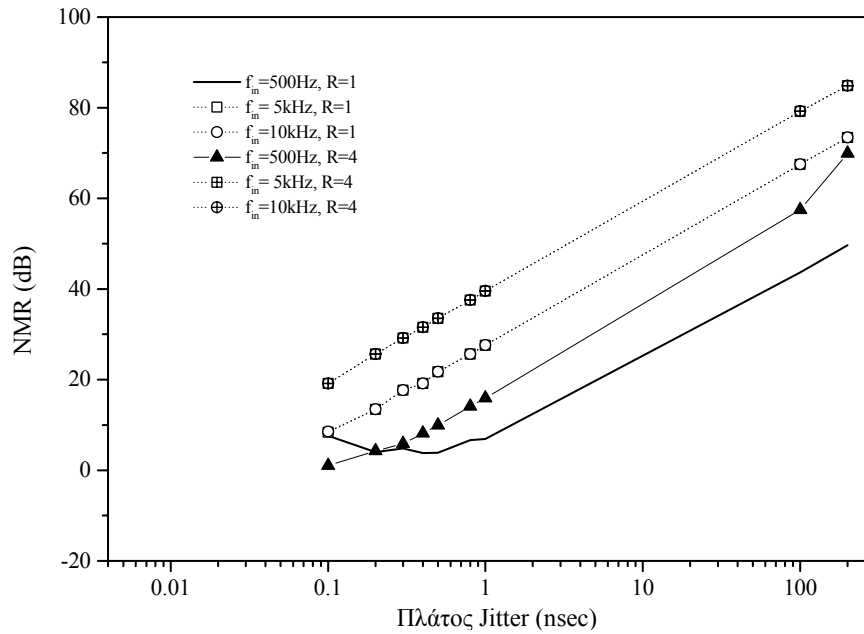
Σχήμα 5.19: Μεταβολή των τιμών της %THD+Noise με το πλάτος τυχαίου jitter στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



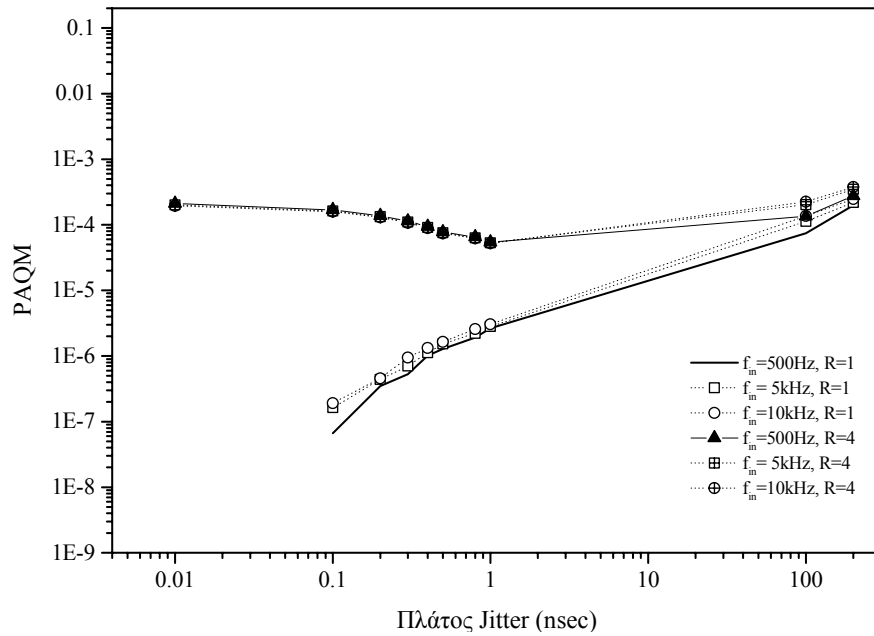
Σχήμα 5.20: Μεταβολή των τιμών της %THD+Noise με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



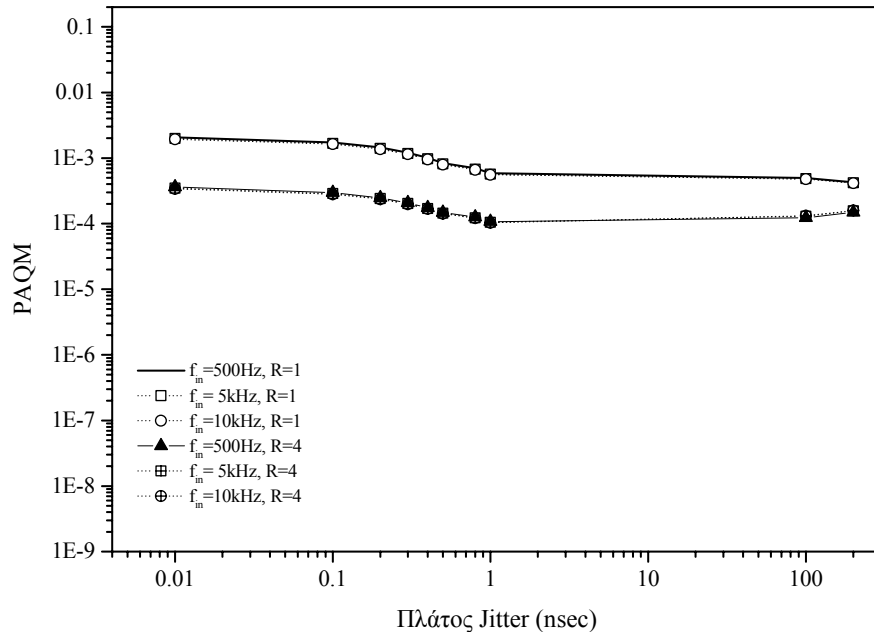
Σχήμα 5.21: Μεταβολή των τιμών του NMR με το πλάτος τυχαίου jitter στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



Σχήμα 5.22: Μεταβολή των τιμών του NMR με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



Σχήμα 5.23: Μεταβολή των τιμών του PAQM με το πλάτος τυχαίου jitter στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.



Σχήμα 5.24: Μεταβολή των τιμών του PAQM με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.

5.3.3 Σύνοψη των αποτελεσμάτων jitter

Με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του jitter στα PCM δεδομένα, αλλά και κατευθείαν στην PWM παλμοσειρά, μπορούν να εξαχθούν οι μέγιστες επιτρεπόμενες τιμές πλάτους jitter (με κριτήριο την ακουστότητα ή όχι της jitter-παραγόμενης παραμόρφωσης) κατά την PCM-σε-PWM μετατροπή. Πιο συγκεκριμένα:

- α) Κατά την εφαρμογή τυχαίου, στατιστικά ελεγχόμενου jitter και στα PCM δεδομένα, αλλά και στο PWM χρονικό πεδίο, παρατηρείται αύξηση του επιπέδου του παραγόμενου θορύβου κβαντισμού, ενώ στην περίπτωση ημιτονικού jitter δημιουργούνται FM-τύπου παραμορφώσεις και προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης, η θέση και το πλάτος των οποίων εξαρτάται από τη συχνότητα του σήματος εισόδου, τη συχνότητα του jitter και το πλάτος του.
- β) Στην περίπτωση της εφαρμογής του jitter στο PCM πεδίο, η επίδραση του αρχίζει να γίνεται αισθητή για χρονικά πλάτη jitter μεγαλύτερα των 200psec, ενώ με υποκειμενικά κριτήρια, η τιμή αυτή περιορίζεται στα 30psec.
- γ) Εάν το jitter εφαρμοσθεί στο PWM χρονικό πεδίο, οι αντίστοιχες μέγιστες τιμές πλάτους jitter είναι 100psec και 10nsec για $N=16$ και 8bit ευκρίνεια κβαντισμού των υπό διαμόρφωση δεδομένων αντίστοιχα.
- δ) Από τις δύο προηγούμενες παρατηρήσεις προκύπτει ότι, παρόλο που ο συνολικός ρυθμός PWM ρολογιού f_p είναι πολύ μεγαλύτερος από τον αρχικό ρυθμό PCM δειγματοληψίας f_s , τυχόν επίδραση του jitter σταθερού πλάτους και στις δύο περιπτώσεις (PCM και PWM πεδίο) δεν είναι ανάλογη των ρυθμών αυτών. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι κατά την PWM μετατροπή, παρά τον υψηλό ρυθμό που χαρακτηρίζει την PWM παλμοσειρά, σε κάθε περίοδο PCM δειγματοληψίας, μόνο τα bit που αντιστοιχούν στην ανερχόμενη και κατερχόμενη παρυφή των PWM παλμών είναι «ευαίσθητα» στην παρουσία του jitter, καθώς τα υπόλοιπα δεν επηρεάζονται από αυτήν καθ' οιονδήποτε τρόπο (με δεδομένο ότι το μέγιστο πλάτος του jitter είναι πάντα μικρότερο από την PWM περίοδο T_p).

5.4 Αποτελέσματα jitter τεχνικής

Τα τυπικά αποτελέσματα που ελήφθησαν κατά την εφαρμογή της jitter τεχνικής καταστολής των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων, τα οποία περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 4, επαληθεύτηκαν μέσω ενός μεγάλου αριθμού εξομοιώσεων και μέτρησης της απόδοσης της

τεχνικής αυτής για ημιτονικά σήματα εισόδου με μεταβλητές παραμέτρους (πλάτος και συχνότητα εισόδου). Σε όλες τις υπό εξέταση περιπτώσεις, η απόδοση που επιτεύχθηκε με χρήση της jittering διαδικασίας στο πεδίο του πλάτους ήταν ακριβώς ίδια με την αντίστοιχη απόδοση της εφαρμογής του jitter κατευθείαν στο PWM χρονικό πεδίο, καθώς και στις δύο περιπτώσεις σημειώθηκε πλήρης καταστολή των UPWM-παραγόμενων αρμονικών παραμορφώσεων.

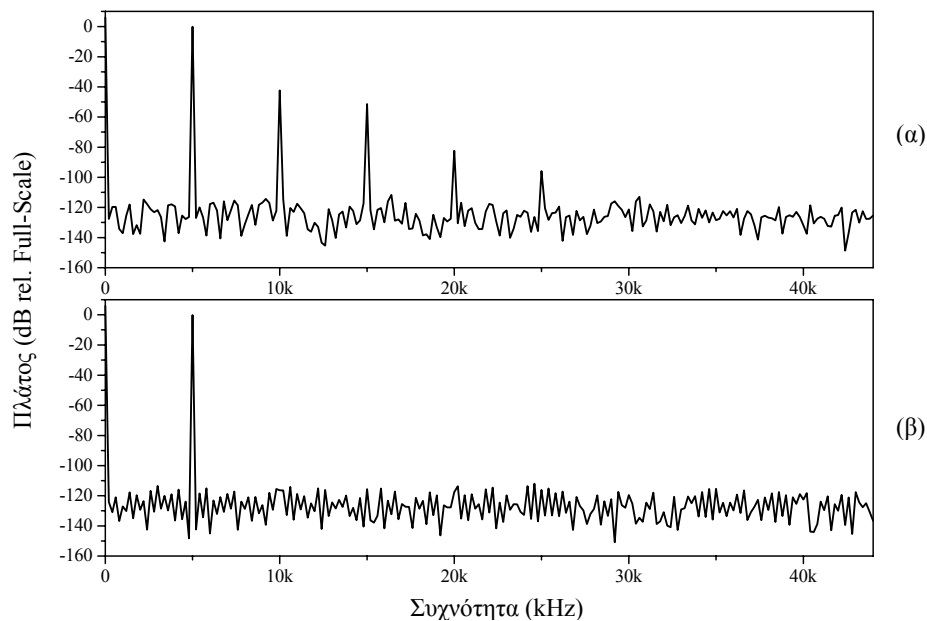
5.4.1. Καταστολή του πλάτους των παραγόμενων αρμονικών

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 4, η εφαρμογή της βαθμίδας jitter κατά την PCM-σε-PWM μετατροπή καταστέλει τις παραγόμενες κατά την PWM διαμόρφωση αρμονικές, ενώ σε συνδιασμό με x2 υπερδειγματοληψία των ψηφιακών δεδομένων εισόδου, τα μη-αρμονικά προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης μετατίθενται εκτός της ακουστής περιοχής συχνοτήτων. Η επίδραση αυτή της jitter τεχνικής στην συνολική φασματική απόδοση της PWM μετατροπής φαίνεται στο **Σχήμα 5.25(β)**, όπου συγκρίνεται με την αντίστοιχο φάσμα που λαμβάνουμε κατά την UPWM κωδικοποίηση (**Σχήμα 5.25(α)**) στην περίπτωση μιας ημιτονικής εισόδου, συχνότητας 5kHz, μεγίστου πλάτους.

Η βελτιωμένη απόδοση (με κριτήριο την καταστολή του πλάτους των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων) της jitter τεχνικής σε σχέση με άλλες τεχνικές που προσεγγίζουν την UPWM με την NPWM με αλγορίθμους επανα-δειγματοτισμού (re-sampling) του ψηφιακού σήματος εισόδου (π.χ. η τεχνική γραμμικής γραμμικοποίησης – “linear interpolation” [40] και βελτιωμένης δειγματοληψίας – “enhanced sampling” [40]) φαίνεται στο **Σχήμα 5.26**, όπου συγκρίνονται τα πλάτη των κυρίαρχων συνιστωσών παραμόρφωσης εντός της ακουστής περιοχής συχνοτήτων, για διαφορετικές διακοπτικές συχνότητες f_s . Το υπό διαμόρφωση σήμα σε όλες τις περιπτώσεις ήταν μία πλήρους κλίμακας, συχνότητας 6kHz και ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$ ημιτονική κυματομορφή. Από το παραπάνω Σχήμα είναι προφανές ότι, η jitter τεχνική επιτυγχάνει συμπίεση όλων των παραμορφώσεων για $f_s=88.2\text{kHz}$, ενώ οι άλλες υπό σύγκριση τεχνικές επιτυγχάνουν (στην καλύτερη περίπτωση) συμπίεση μεγαλύτερη της τάξης των -96dB μόνο σε υψηλότερες διακοπτικές συχνότητες (π.χ. $f_s \geq 220\text{kHz}$ [40]).

Στο ίδιο Σχήμα, στην περίπτωση όπου $f_s=44.1\text{kHz}$ (δηλαδή χωρίς την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας), παρατηρούμε ότι η jitter τεχνική παράγει μια συνιστώσα παραμόρφωσης με πλάτος λίγο μεγαλύτερο από το πλάτος της αντίστοιχης συνιστώσας στην περίπτωση της τεχνικής “enhanced sampling”. Με δεδομένο ότι η συνιστώσα αυτή είναι

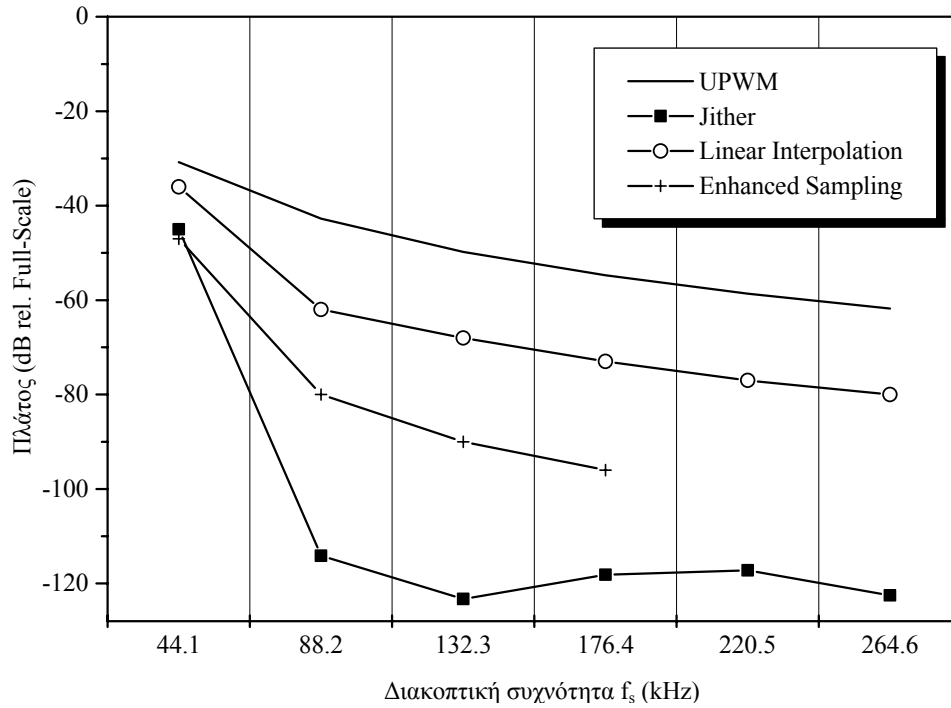
προϊόν ενδοδιαμόρφωσης και ότι στην περίπτωση της NPWM τα παραγόμενα προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης έχουν πλάτος μεγαλύτερο από τα αντίστοιχα που παρατηρούνται στην περίπτωση της UPWM, συμπεραίνουμε ότι η jitter τεχνική επιτυγχάνει καλύτερη προσέγγιση της UPWM και NPWM διαμόρφωσης. Επιπλέον, η προσέγγιση αυτή, επιτυγχάνεται μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας, αντίστοιχης με αυτήν που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 4, με αριθμό βημάτων ανά PCM δείγμα σημαντικά μικρότερο σε σχέση με αντίστοιχες τεχνικές. Πιο συγκεκριμένα, μετρήσεις των αριθμών επαναλήψεων έδειξαν, ότι σε τυπικές υλοποιήσεις της jitter τεχνικής, απαιτούνται περί των 3 επαναλήψεων ανά PCM δείγμα και παρυφή PWM παλμών, σε αντίθεση με τις αντίστοιχες 5 επαναλήψεις που αναφέρονται στην τεχνική enhanced sampling [40].



Σχήμα 5.25: Τυπικό παράδειγμα της επίδρασης της jitter τεχνικής στο φάσμα της παραγόμενης PWM διαμόρφωσης για PCM ημιτονικό σήμα μέγιστου πλάτους, συχνότητας 5kHz, $N=16\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$, $R=2$: (α) φάσμα UPWM παλμοσειράς (β) φάσμα jittered PWM παλμοσειράς.

Ο μηχανισμός ακύρωσης των PWM-παραγόμενων αρμονικών με χρήση κατάλληλα υπολογισμένων τιμών jitter μπορεί να αναπαρασταθεί αριθμητικά εξετάζοντας τις μιγαδικές τιμές και τα αντίστοιχα μέτρα των φασματικών διαφορών μεταξύ της UPWM και της PCM κωδικοποίησης ($c_\lambda^{\text{UPWM}} - c_\lambda^{\text{PCM}}$) καθώς και της Jittered PWM με την PCM ($c_\lambda^{\text{JPWM}} - c_\lambda^{\text{PCM}}$) που προκύπτουν στην περίπτωση της PCM ημιτονικής κυματομορφής του προηγούμενου παραδείγματος, οι οποίες απεικονίζονται στον **Πίνακα 5.10**. Από τον Πίνακα αυτόν είναι προφανές ότι, κατά τη χρήση της jitter τεχνικής, οι αντίστοιχες φασματικές διαφορές που

αντιστοιχούν στις 3 πρώτες παραγόμενες αρμονικές (που στην περίπτωση του σήματος εισόδου με συχνότητα 5kHz είναι και οι μόνες ακουστές) ελαχιστοποιούνται σε επίπεδα τιμών που αντιστοιχούν στο κατώφλι του παραγόμενου θορύβου κβαντισμού της PCM κωδικοποίησης.



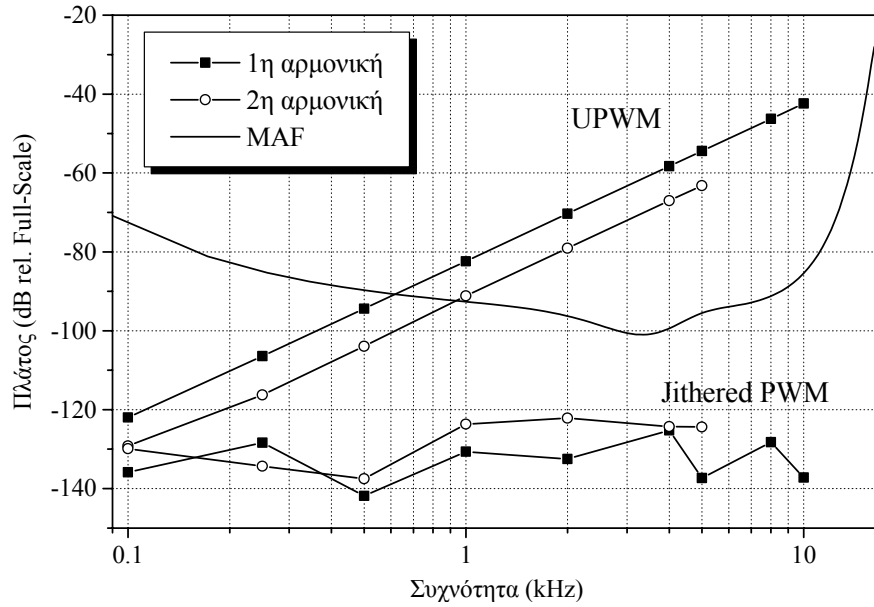
Σχήμα 5.26: Μεταβολή του πλάτους της κυρίαρχης ακουστικής συνιστώσας PWM παραμόρφωσης συναρτήσεις της διακοπτικής συχνότητας f_s για διαφορετικές μεθόδους καταστολής.

Πίνακας 5.10: Μιγαδικές τιμές και μέτρα φασματικών διαφορών της UPWM και PCM κωδικοποίησης.

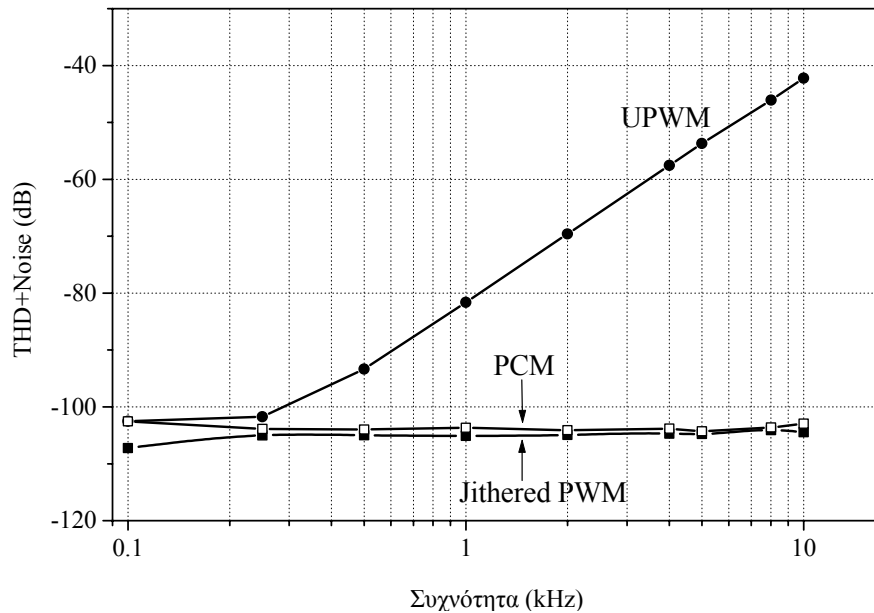
Τιμές αρμονικών	1 ^η άρτια ($2f_{in}=10\text{kHz}$)	1 ^η περιττή ($3f_{in}=15\text{kHz}$)	2 ^η άρτια ($4f_{in}=20\text{kHz}$)
$c_{\lambda}^{UPWM} - c_{\lambda}^{PCM}$	$(-1.1444-j1.7998) \times 10^5$	$(4.3840+j68.284) \times 10^3$	$(-3.3774+j7.2552) \times 10^3$
$ c_{\lambda}^{UPWM} - c_{\lambda}^{PCM} $	2.1329×10^5	6.8425×10^4	8.0028×10^3
$c_{\lambda}^{JPWM} - c_{\lambda}^{PCM}$	$-5.6570+j0.4313$	$-4.9982+j1.2493$	$5.8109-j9.67$
$ c_{\lambda}^{JPWM} - c_{\lambda}^{PCM} $	5.6734	5.1520	11.281

Στο **Σχήμα 5.27** απεικονίζονται συγκεντρωτικά τα μετρηθέντα πλάτη της πρώτης άρτιας και περιττής PWM-παραγόμενης αρμονικής σε συνάρτηση της συχνότητας του σήματος εισόδου, για ημιτονικά σήματα μέγιστου πλάτους (τα οποία αποτελούν τη χειρότερη περίπτωση μετατροπής PCM-σε-PWM) στις περιπτώσεις της UPWM και Jithered PWM μετατροπής, τα οποία και συγκρίνονται με το ελάχιστο κατώφλι ακοής (MAF). Στο Σχήμα αυτό παρατηρείται η αναμενόμενη αύξηση του πλάτους με τη συχνότητα στην περίπτωση της UPWM μετατροπής, η οποία για συχνότητες εισόδου μεγαλύτερες του 1kHz, καθιστά τις αρμονικές απόλυτα ακουστές, ενώ στην περίπτωση της Jithered PWM κωδικοποίησης, το επίπεδο των τιμών πλάτους των αρμονικών συμπίπτει στο επίπεδο του θορύβου κβαντισμού (-120dB και κάτω) που υπαγορεύεται από τη N=16bit ευκρίνεια κβαντισμού του συγκεκριμένου παραδείγματος, και μεταβάλλεται εντός αυτής με τελείως στατιστικό τρόπο, όπως ακριβώς συμβαίνει με το θόρυβο κβαντισμού.

Η υψηλή απόδοση της jitter τεχνικής φαίνεται και στο **Σχήμα 5.28**, όπου απεικονίζεται η μετρηθείσα Ολική Αρμονική Παραμόρφωση (THD+Noise), σε συνάρτηση της συχνότητας εισόδου για 16bit ημιτονικά σήματα εισόδου μέγιστου πλάτους με εφαρμογή x4 υπερδειγματοληψίας στην περίπτωση της UPWM μετατροπής, αλλά και σε αυτήν της jittered PWM. Από τις μετρήσεις αυτές είναι φανερό ότι η προτεινόμενη jitter τεχνική μειώνει την παραγόμενη αρμονική παραμόρφωση στα επίπεδα των τιμών της που μετρώνται κατά την PCM κωδικοποίηση (με εφαρμογή υπερδειγματοληψίας x4), διατηρώντας την πρακτικά σταθερή σε όλη την ακουστή περιοχή συχνοτήτων. Η μειωμένη κατά περίπου 3dB τιμή της μετρηθείσας αρμονικής παραμόρφωσης στην περίπτωση της jittered PWM σε σχέση με την αρμονική παραμόρφωση στην περίπτωση της PCM κωδικοποίησης εξηγείται λόγω της ασυμμετρίας των jittered PWM παλμών και της επιπλέον ηχητικής πληροφορίας που αυτή διαμορφώνει.



Σχήμα 5.27: Μετρηθείσες τιμές πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής για διαφορετικές τιμές συχνότητας ημιτονικών σημάτων εισόδου μέγιστου πλάτους, ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$ και $R=4$.



Σχήμα 5.28: Μετρηθείσες τιμές πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής για διαφορετικές τιμές συχνότητας ημιτονικών σημάτων εισόδου μέγιστου πλάτους, ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$ και $R=4$.

5.5 Σύνοψη Κεφαλαίου

Στο Κεφάλαιο αυτό γίνεται αρχικά μια συστηματική, αριθμητική μελέτη των παραμορφώσεων που παράγονται κατά την PCM-σε-PWM μετατροπή, τόσο για ημιτονικά ψηφιακά σήματα, όσο και για τυπικές ηχητικές κυματομορφές. Η μελέτη αυτή πραγματοποιήθηκε για ένα μεγάλο πλήθος συνδυασμών παραμέτρων σήματος εισόδου και μετατροπής, αποδεικνύοντας την εξάρτηση του πλάτους των αρμονικών από τις παραμέτρους αυτές, όπως ακριβώς αποδείχθηκε και αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3. Το γενικό συμπέρασμα που προέκυψε είναι ότι για PWM μετατροπή χωρίς παραμόρφωση απαιτείται η εφαρμογή υπερδειγματοληψίας στα δεδομένα εισόδου παράγοντα $\times 64$ ή περισσότερο, κάτι που αυξάνει τον τελικό PWM ρυθμό ρολογιού στην περιοχή των GHz.

Επιπλέον, η παραπάνω μελέτη επεκτάθηκε και στην περίπτωση όπου τα αρχικά ψηφιακά δεδομένα παρουσιάζουν παραμόρφωση λόγω ολίσθησης χρονισμού (jitter), καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι, ενώ η PWM διαμόρφωση παρουσιάζει πολύ αυστηρότερες απαιτήσεις χρονικής ακρίβειας σε σχέση με την PCM κωδικοποίηση, εντούτοις δεν είναι αναλογικά ευαίσθητη σε παραμορφώσεις τύπου jitter, λόγω του χαμηλού ρυθμού επανάληψης των PWM παλμών.

Τέλος, στο Κεφάλαιο αυτό δόθηκαν τυπικά και συγκεντρωτικά αποτελέσματα της επίδρασης της jitter τεχνικής στο πλάτος των PWM παραμορφώσεων. Πιο συγκεκριμένα, η απόδοση της τεχνικής αυτής αποδείχθηκε ότι είναι πολύ καλύτερη από τις αντίστοιχες αποδόσεις που επιτυγχάνονται από προγενέστερες τεχνικές, καθώς η πλήρης καταστολή των PWM-παραμορφώσεων επιτυγχάνεται με εφαρμογή $\times 2$ υπερδειγματοληψίας. Για λόγους αύξησης της τελικής δυναμικής περιοχής του αναπαραγόμενου σήματος, ο παράγοντας αυτός μπορεί να διπλασιαστεί, επιτρέποντας υψηλής πιστότητας ηχητική αναπαραγωγή με ρυθμούς PWM ρολογιού της τάξης των 90MHz.

Κεφάλαιο 6: Υλοποίηση PCM-σε-PWM μετατροπέα

6.1 Εισαγωγή

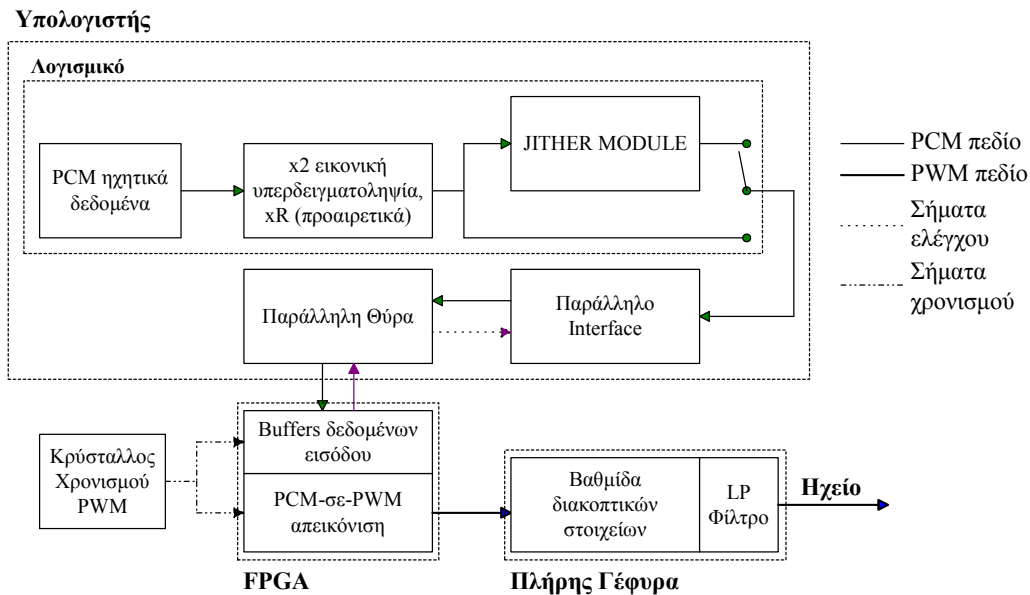
Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2, η μετατροπή μιας PCM ψηφιακής ηχητικής κυματομορφής σε PWM ακολουθία παλμών μέσω της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM μπορεί εύκολα να υλοποιηθεί σε ψηφιακή πλατφόρμα ψηφιακού επεξεργαστή (DSP-based platform). Ο μόνος περιορισμός είναι η έξοδος του επεξεργαστή που θα υλοποιήσει την PWM-μετατροπή να υποστηρίζει ταχύτητες στην ψηφιακή του έξοδο της τάξης του επιθυμητού PWM ρολογιού f_p .

Με βάση τη βασική θεωρία PCM-σε-PWM μετατροπής, αναπτύχθηκε ένας PCM-σε-PWM μετατροπέας, ως μέρος ενός ολοκληρωμένου συστήματος πλήρως ψηφιακού ενισχυτή [62]. Στο σύστημα αυτό έχει ενσωματωθεί και η jitter τεχνική καταστολής των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων, με δυνατότητα απενεργοποίησής της, για λόγους αξιολόγησης της απόδοσής της. Η jitter τεχνική έχει υλοποιηθεί στο πεδίο του πλάτους, ενώ η βασική συχνότητα λειτουργίας του συστήματος f_p (PWM ρυθμός ρολογιού) καθορίζεται (όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2) από το ρυθμό μετάδοσης των PCM ψηφιακών ηχητικών δεδομένων (εδώ 44.1kHz), με αποτέλεσμα ο f_p να είναι ίσος προς 22.4MHz.

6.2 Υλοποίηση PCM-σε-PWM μετατροπέα

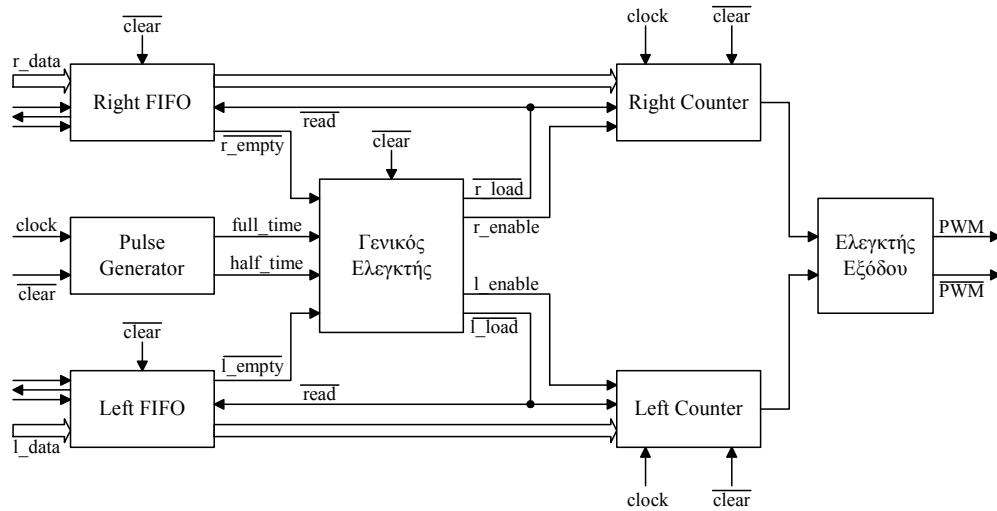
Το γενικό block διάγραμμα της όλης υλοποίησης φαίνεται στο **Σχήμα 6.1**. Ο πυρήνας του συστήματος είναι ένας Field Programmable Gate Array (FPGA) της XILINX (XC4020E), ο οποίος έχει προγραμματιστεί κατάλληλα ώστε να υλοποιεί τις εξισώσεις της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2. Τα PCM ψηφιακά δεδομένα εισόδου εισέρχονται στο FPGA μέσω της παράλληλης θύρας ενός Προσωπικού Υπολογιστή (PC), αφού προηγουμένως υποστούν κατάλληλη προεπεξεργασία

(επανακβαντισμό σε 8bit και x2 εικονική υπερδειγματοληψία με στόχο της δημιουργία ασύμμετρων PWM παλμών). Όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 6.1**, οι διαδικασίες αυτές υλοποιούνται σε επίπεδο λογισμικού. Με χρήση λογισμικού επίσης υλοποιείται και η Jither τεχνική καταστολής στο πεδίο του πλάτους (όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 4), με αποτέλεσμα στην περίπτωση ενεργοποίησης της βαθμίδας jither, τα ψηφιακά δεδομένα εισόδου να συνίστανται από τις jithered (διορθωμένες) ψηφιακές τιμές του σήματος εισόδου.



Σχήμα 6.1: Block διάγραμμα PC-based υλοποίησης πλήρως ψηφιακού ενισχυτή.

Το αναλυτικό διάγραμμα που περιγράφει τη δομή της βαθμίδας αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM δίνεται στο **Σχήμα 6.2** και αποτελείται από έναν γενικό ελεγκτή, δύο 8-bit μετρητές 256 καταστάσεων (Right Counter και Left Counter) και έναν ελεγκτή εξόδου. Επιπλέον, λόγω αδυναμίας επίτευξης χρονισμού ακριβείας μέσω του παράλληλου interface ενός τυπικού προσωπικού υπολογιστή (η μέγιστη ακρίβεια που μπορεί να επιτευχθεί είναι περίπου της τάξης των 55msec, πολύ κατώτερη από την επιθυμητή), αμέσως μετά την μετάδοσή τους, τα ψηφιακά δείγματα πρέπει να αποθηκευτούν σε προσωρινή μνήμη (buffer) και στη συνέχεια να διαβαστούν από εκεί τις επιθυμητές χρονικές στιγμές. Η μνήμη αυτή επιλέχθηκε να μην είναι εξωτερική (κυρίως για λόγους απλοποίησης της υλοποίησης) κι έτσι υλοποιήθηκε στο FPGA υπό την μορφή δύο «ουρών» προσωρινής αποθήκευσης τύπου First In First Out (Right FIFO και Left FIFO αντίστοιχα).

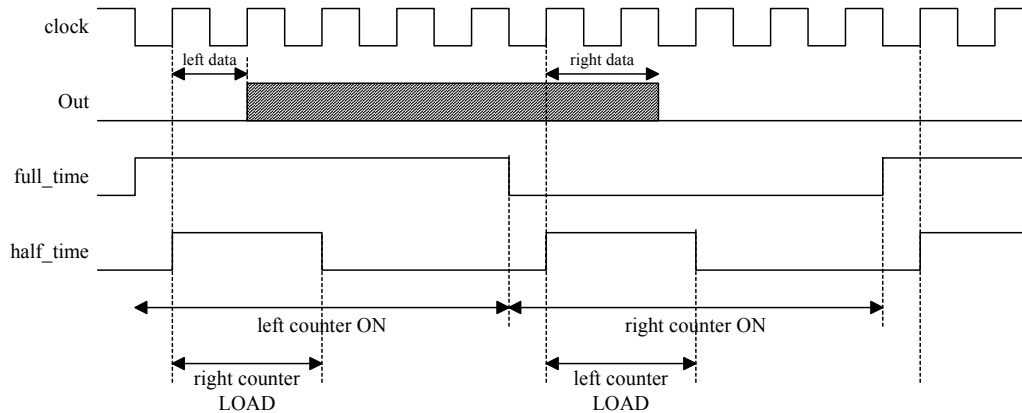


Σχήμα 6.2: Αναλυτικό διάγραμμα της βαθμίδας απεικόνισης PCM-σε-PWM που υλοποιήθηκε σε FPGA.

Κατά την εκκίνηση (initialization) της λειτουργίας του FPGA, ένας παλμός `clear` μηδενίζει όλους τους καταχωρητές του συστήματος. Στη συνέχεια, κατά την αποστολή των ψηφιακών δειγμάτων μέσω της παράλληλης θύρας, και με δεδομένο ότι οι ουρές FIFO δεν είναι πλήρεις, πραγματοποιείται η εγγραφή τους στις ουρές αυτές. Στο σημείο αυτό, πρέπει να σημειωθεί ότι η αποστολή και η αποθήκευση των δεδομένων είναι ανεξάρτητη (από πλευράς χρονισμού) από τις διαδικασίες που υλοποιούνται στις επόμενες βαθμίδες (υπό την προϋπόθεση ότι οι ουρές δεν είναι πλήρως γεμάτες).

Η υλοποίηση της A-UPWM διαμόρφωσης (εξ. (4.2)) πραγματοποιείται μέσω των δύο 8-bit μετρητών που φαίνονται στο **Σχήμα 6.2**, εκ των οποίων ο πρώτος (`left counter`) είναι υπεύθυνος για τον χρονικό ορισμό της ανερχόμενης παρυφής των PWM παλμών, ενώ ο `right counter` για τη διαμόρφωση της κατερχόμενης παρυφής, υλοποιώντας έτσι την A-UPWM διαμόρφωση. Πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα χρονισμού του **Σχήματος 6.3**, η λειτουργία των μετρητών αυτών ενεργοποιείται από το σήμα `full time` και το `full_time`, υπό την προϋπόθεση ότι έχουν φορτωθεί με δεδομένα (που αντιστοιχούν στις κανονικοποιημένες τιμές πλάτους του ηχητικού σήματος a_k και a_k^R της εξίσωσης 4.2 αντίστοιχα). Από την άλλη μεριά, οι μετρητές φορτώνονται με δεδομένα, οδηγούμενοι από την κυματομορφή `half time`, λαμβάνοντας υπόψη και την τιμή της `full time` παλμοσειράς με στόχο τον ορισμό του μετρητή που πρόκειται να φορτωθεί και εφόσον α) υπάρχουν δεδομένα στις αντίστοιχες FIFO και β) τα δεδομένα που φορτώθηκαν σε κάθε μετρητή στον προηγούμενο κύκλο, έχουν χρησιμοποιηθεί.

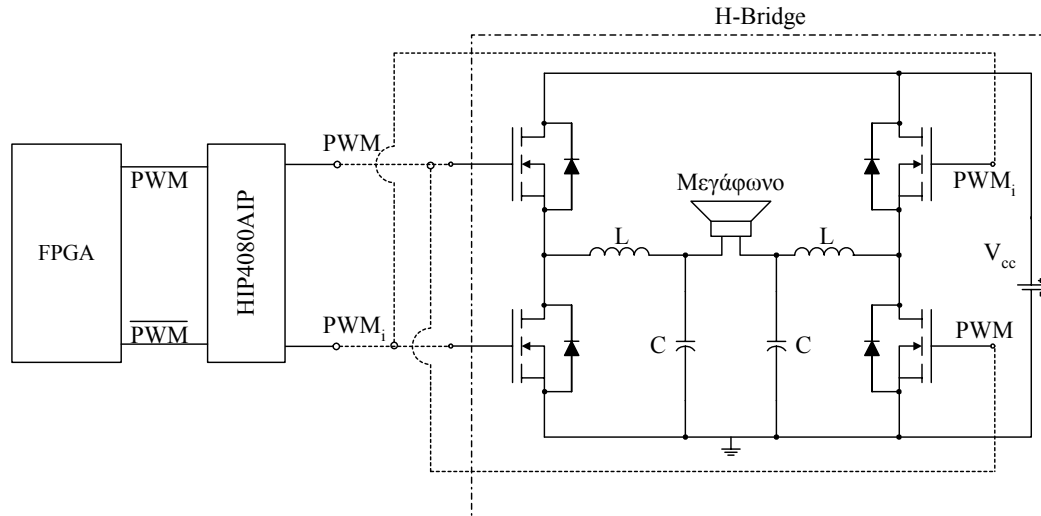
Για τη δημιουργία των κυματομορφών *full time* και *half time* χρησιμοποιείται η παλμοσειρά *clock*, συχνότητας 22.491MHz, η οποία παράγεται από έναν ταλαντωτή (JITO-2 AC5DE-22.491) με ακρίβεια 25ppm. Η λειτουργία των δύο μετρητών συντονίζεται από έναν γενικό ελεγκτή, ο οποίος εξασφαλίζει το σωστό συγχρονισμό του φορτώματος και λειτουργίας τους, σταματώντας τη λειτουργία του όλου συστήματος σε περίπτωση που δεν υπάρχουν διαθέσιμα PCM δεδομένα στην είσοδό του.



Σχήμα 6.3: Τυπικό διάγραμμα χρονισμού PCM-σε-PWM μετατροπέα.

Η τελική PWM παλμοσειρά παράγεται από έναν ελεγκτή εξόδου, ο οποίος τροφοδοτείται από τα παλμικά σήματα εξόδου των δύο μετρητών και δημιουργεί στην έξοδό του την PWM 1-bit κυματομορφή. Παράλληλα, ο ελεγκτής αυτός ανιχνεύει ακραίες περιπτώσεις διαμόρφωσης, επεμβαίνοντας κατάλληλα με λογικούς κανόνες για την αντιμετώπισή τους [62].

Για την υλοποίηση του ολοκληρωμένου συστήματος ψηφιακής ενίσχυσης, η παραγόμενη παλμική έξοδος του FPGA εν συνεχεία μετατρέπεται μέσω κατάλληλου οδηγού – driver (HIP4080AIP High Frequency H-Bridge Driver [66], [67]) σε σήμα κατάλληλο να τροφοδοτήσει μία γέφυρα τύπου-H 4 διακοπτικών MOSFET στοιχείων, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 6.4**, ικανών να οδηγήσουν (με την απαραίτητη χρονική ακρίβεια και τις απαραίτητες ποσότητες ρεύματος), μέσω ενός χαμηλοδιαβατού φίλτρου, μια βαθμίδα μεγαφώνου/ηχείου. Στη συγκεκριμένη υλοποίηση χρησιμοποιήθηκαν 4 N-Channel MOSFET ισχύος (Intersil IRF520 [68]) με χρόνους έγερσης (rise time) και πτώσης (fall time) 63 και 59nsec αντίστοιχα, οι οποίοι, με δεδομένη την 8-bit ευκρίνεια των υπό διαμόρφωση ψηφιακών δειγμάτων, αντιστοιχούν στο 75% περίπου του χρόνου T_p που αντιστοιχεί σε 1-bit PWM.

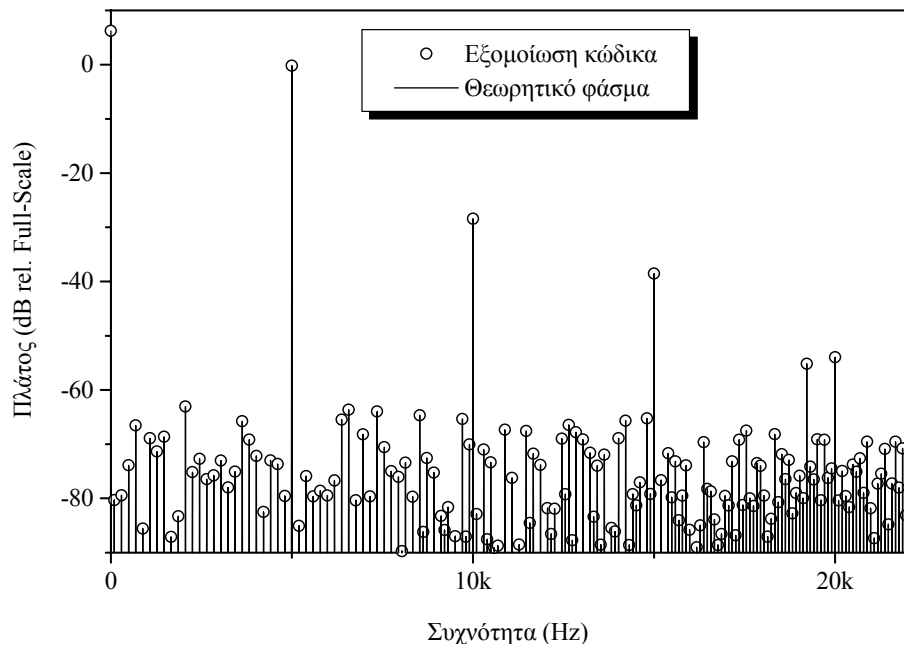


Σχήμα 6.4: Σύνδεση PWM μετατροπέα με διάταξη MOSFET διακοπτικών στοιχείων μορφής H-γέφυρας.

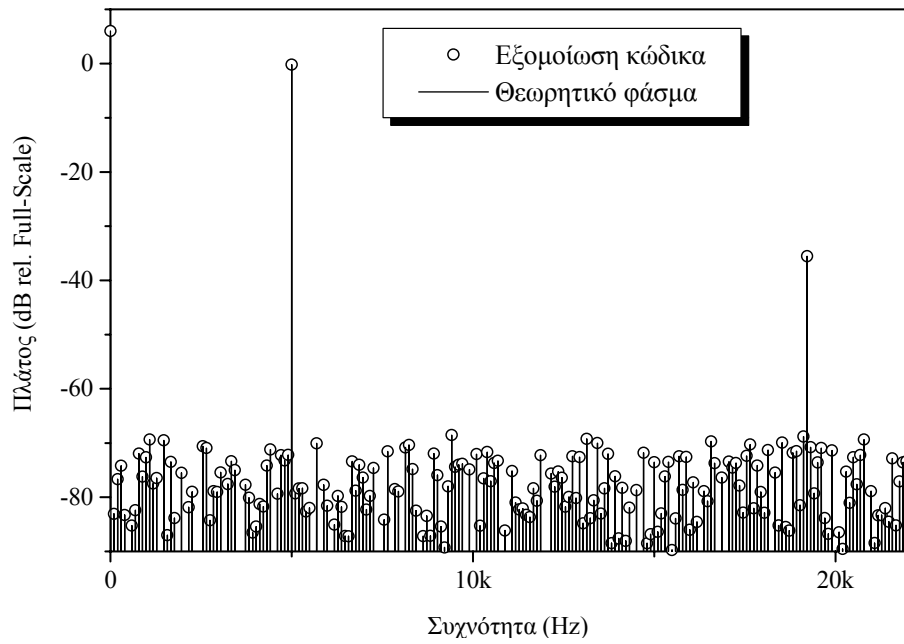
6.3 Μετρήσεις - Αποτελέσματα

Στα **Σχήματα 6.5** και **6.6** φαίνονται τα φάσματα των PWM παλμοσειρών που μετρήθηκαν στην έξοδο του FPGA χωρίς και με την εφαρμογή της Jither τεχνικής αντίστοιχα, τα οποία συγκρίνονται με τα θεωρητικώς υπολογισμένα (βάση της θεωρητικής περιγραφής της PWM στο πεδίο της συχνότητας). Η λήψη της παραπάνω μέτρησης έγινε εφαρμόζοντας ρουτίνα γρήγορου μετασχηματισμού Fourier (FFT) στα 1-bit PWM δεδομένα που προέκυψαν από εξομοίωση του behavioural κώδικα που περιγράφει το σύστημα.

Από τα **Σχήματα** αυτά είναι προφανές ότι η απόδοση του PWM μετατροπέα και στις δύο περιπτώσεις (χωρίς και με χρήση jither στο πεδίο του πλάτους) είναι ίδια με την απόδοση που υπολογίζεται θεωρητικά. Επίσης, στην περίπτωση εφαρμογής του jither, επιτυγχάνεται και πρακτικά η συμπίεση του πλάτους των αρμονικών στο επίπεδο του θορύβου κβαντισμού που ορίζεται από τη χρησιμοποιούμενη ανάλυση 8bit. Η εμφάνιση των προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης (**Σχήμα 6.6**) είναι αναμενόμενη με βάση την ανάλυση της jither τεχνικής που παρουσιάστηκε στο **Κεφάλαιο 4** και μπορεί να αντιμετωπιστεί με επιπλέον εφαρμογή υπερδειγματοληψίας παράγοντα x2 στα ψηφιακά δεδομένα εισόδου.

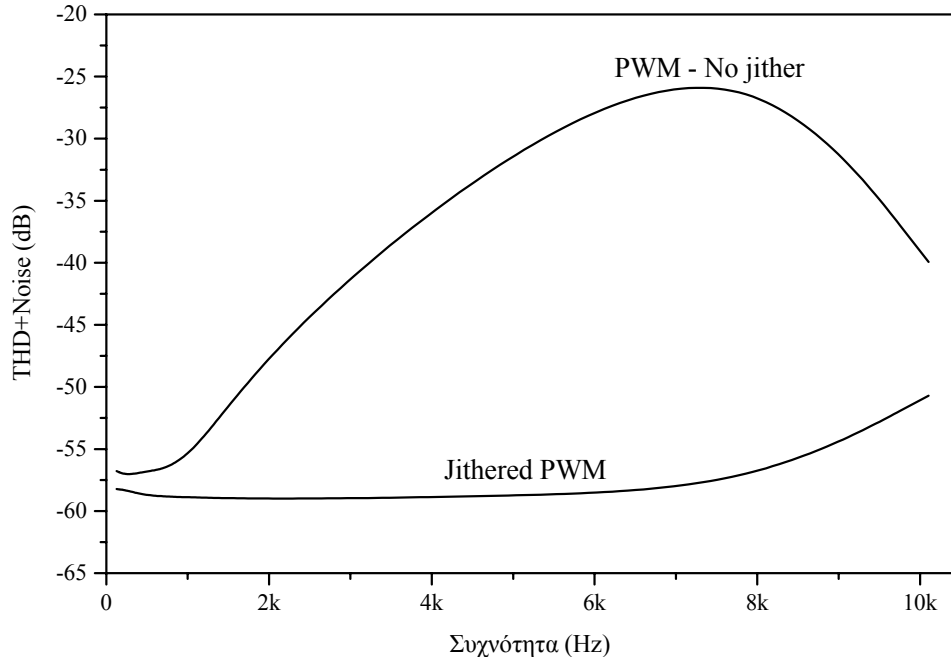


Σχήμα 6.5: Φάσμα PWM παλμοσειράς εξόδου χωρίς τη χρήση jitter τεχνικής.



Σχήμα 6.6: Φάσμα PWM παλμοσειράς εξόδου χωρίς τη χρήση jitter τεχνικής.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις επιβεβαιώθηκαν για ένα μεγάλο πλήθος ημιτονικών σημάτων μεταβλητής συχνότητας και πλήρους κλίμακας. Τυπικά αποτελέσματα φαίνονται στο **Σχήμα 6.7** όπου εμφανίζεται η μέτρηση της αρμονικής παραμόρφωσης (THD+Noise – dB) συναρτήσει της συχνότητας του σήματος εισόδου, με και χωρίς τη χρήση της jitter τεχνικής.



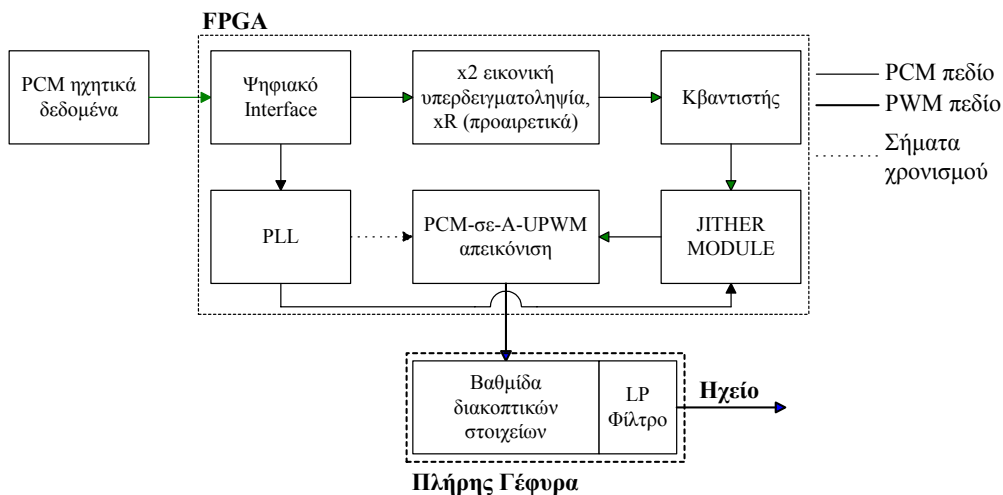
Σχήμα 6.7: Μετρήσεις αρμονικής παραμόρφωσης συναρτήσει της συχνότητας του ημιτονικού σήματος εισόδου.

6.4 Εξέλιξη της υλοποίησης

Η παραπάνω περιγραφείσα υλοποίηση του PC-based πλήρως ψηφιακού ενισχυτή είναι ικανοποιητική για την πρακτική τεκμηρίωση και αξιολόγηση της απόδοσης της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM μετατροπής και της jitter τεχνικής καταστολής των παραγόμενων από αυτήν παραμορφώσεων, παρουσιάζει όμως αρκετά μειονεκτήματα σε επίπεδο υλοποίησης, όπως π.χ. σταθερό ρολοί χρονισμού που δεν εξαρτάται από το ρυθμό των PCM δεδομένων εισόδου, αδυναμία αυτόματης λειτουργίας υπό διαφορετικές παραμέτρους PCM σήματος εισόδου κ.λ.π. Το block διάγραμμα ενός αυτόνομου, ολοκληρωμένου πλήρως ψηφιακού ενισχυτή παρουσιάζεται στο **Σχήμα 6.8**. Τα ψηφιακά ηχητικά δεδομένα που στην περίπτωση αυτή μπορούν να προέρχονται από οποιαδήποτε μορφής ψηφιακή ηχητική πηγή (π.χ. CD, DVD-Video/Audio, DAT), εισέρχονται σε μια ψηφιακή βαθμίδα εισόδου που υλοποιεί το πρωτόκολλο της ψηφιακής διασύνδεσης (digital

interface, π.χ. S/PDIF), παρέχοντας τα υπό διαμόρφωση ψηφιακά δείγματα. Η πληροφορία χρονισμού του συστήματος (ρολόι συχνότητας f_p) παράγεται μέσω ενός Phase Locked Loop συστήματος (PLL) από το χρονισμό των ψηφιακών δεδομένων, παρέχοντας έτσι ευελιξία και άμεση προσαρμογή του συστήματος σε οποιαδήποτε ψηφιακή είσοδο. Στη συνέχεια, λαμβάνουν χώρα διαδικασίες όπως υπερδειγματοληψία και επανακβαντισμός των δεδομένων εισόδου, η jitter τεχνική (στο πεδίο του πλάτους) για καταστολή των παραμορφώσεων και τέλος η PWM μετατροπή μέσω της αναλυτικής PCM-σε-PWM μετατροπής. Η τελική PWM παλμοσειρά οδηγείται και πάλι σε μια γέφυρα τύπου H διακοπτικών στοιχείων, η οποία ενισχύει την ψηφιακή παλμοσειρά και οδηγεί τη βαθμίδα μεγαφώνου/ηχείου. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι για την παραπάνω υλοποίηση του ψηφιακού ενισχυτή, ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί σε επιμέρους ζητήματα που αφορούν στο σχεδιασμό του τάξης D σταδίου ισχύος και εντοπίζονται κυρίως στην μονάδα τροφοδοσίας των διακοπτικών στοιχείων εξόδου (μια πιθανή προσέγγιση είναι η χρήση παλμοτροφοδοτικού), καθώς και στη σχεδίαση του χαμηλοδιαβατού φίλτρου.

Η παραπάνω προσέγγιση προσφέρει το επιπλέον πλεονέκτημα της δυνατότητας λειτουργίας του συστήματος και με ψηφιακές πηγές, των οποίων, τα ψηφιακά δεδομένα δεν είναι κωδικοποιημένα κατά PCM, αλλά σε κάποια άλλη μορφή (π.χ. 1-bit κωδικοποίηση τύπου Σ/Δ, Direct Stream Digital – DSD κ.λ.π.). Στην περίπτωση αυτή απαιτείται βέβαια η ανάπτυξη και χρήση μιας απεικόνισης των δεδομένων αυτών σε 1-bit PWM ακολουθία παλμών, κάτι το οποίο αποτελεί αντικείμενο περαιτέρω έρευνας.



Σχήμα 6.8: Block διάγραμμα αυτόνομου συστήματος πλήρως ψηφιακού ενισχυτή.

6.5 Σύνοψη Κεφαλαίου

Στο Κεφάλαιο αυτό έγινε μια παρουσίαση του συστήματος PCM-σε-PWM μετατροπέα που υλοποιήθηκε κάνοντας χρήση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM και της jitter τεχνικής καταστολής των παραγόμενων αρμονικών. Ο παραπάνω μετατροπέας χρησιμοποιήθηκε ως ο πυρήνας ενός PC-based συστήματος πλήρως ψηφιακού ενισχυτή. Τυπικές μετρήσεις απέδειξαν τη συμφωνία των αποτελεσμάτων (ως προς το πλάτος και την καταστολή των αρμονικών) που λαμβάνονται στην έξοδο του μετατροπέα με τα αντίστοιχα θεωρητικά αναμενόμενα, στις περιπτώσεις χρήσης ή όχι της jitter τεχνικής. Η μελλοντική αναβάθμιση του συστήματος περιλαμβάνει αυτόνομο ψηφιακό interface εισόδου, καθώς και την ανάπτυξη κατάλληλης βαθμίδας ανάκτησης χρονισμού, με στόχο τη δημιουργία του κατάλληλου PWM ρυθμού ρολογιού.

Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία

Η σύγχρονη τάση ψηφιοποίησης της ηχητικής πληροφορίας, επιβάλλει τη χρήση ψηφιακών συστημάτων στη διαδικασία παραγωγής, διανομής και αναπαραγωγής των ψηφιακών ηχητικών δεδομένων. Υπό το τεχνολογικό αυτό πλαίσιο, τα τελευταία χρόνια γίνονται προσπάθειες αντικατάστασης των αναλογικών συστημάτων προενίσχυσης τάσης/ενίσχυσης ισχύος, από αντίστοιχα συστήματα ψηφιακής ενίσχυσης ισχύος, τα οποία επιτυγχάνουν την ενίσχυση ψηφιακά κωδικοποιημένων ηχητικών σημάτων μέσω κατάλληλα σχεδιασμένων βαθμίδων διακοπτικών στοιχείων ισχύος (MOSFET). Τα συστήματα αυτά, συγκρινόμενα με τα υφιστάμενα αναλογικά συστήματα, χαρακτηρίζονται από μια σειρά πλεονεκτημάτων, όπως η εξάλειψη της χρήσης των Ψ/Α μετατροπέων και των παραμορφώσεων που αυτοί εισάγουν, η υψηλή απόδοση και χαμηλή θερμική κατανάλωση, η ελαχιστοποίηση των προσθετικών παραμορφώσεων θορύβου που εμφανίζονται σε αντίστοιχες αναλογικές υλοποιήσεις, και η δυνατότητα παροχής υψηλής ισχύος από συσκευές μικρού όγκου και βάρους.

Η κατευθείαν ενίσχυση PCM ψηφιακών ηχητικών δεδομένων είναι στην πράξη αδύνατη, λόγω της απαιτούμενης πολυπλοκότητας των σταδίου εξόδου των διακοπτικών στοιχείων. Έτσι, όλες οι προσπάθειες υλοποίησης ψηφιακών ενισχυτών, κάνουν χρήση 1-bit κωδικοποιήσεων του ψηφιακού ηχητικού σήματος και συγκεκριμένα της Σ/Δ διαφορικής κωδικοποίησης και της PWM διαμόρφωσης παλμών. Από τις δύο αυτές κωδικοποιήσεις, προτιμάται η PWM, κυρίως λόγω της υψηλότερης απόδοσης ισχύος από την οποία χαρακτηρίζεται.

Σε υπάρχουσες υλοποιήσεις, τόσο PWM μετατροπέων Ψηφιακού-σε-Αναλογικό, όσο και πλήρως ψηφιακών ενισχυτών ισχύος, η μετατροπή του ψηφιακού ηχητικού σήματος σε PWM ακολουθία παλμών επιτυγχάνεται με χρήση σήματος αναφοράς. Η προκύπτουσα PWM παλμοσειρά χαρακτηρίζεται από ακουστές μη γραμμικές φασματικές παραμορφώσεις, οι οποίες μπορούν να αντιμετωπιστούν με εφαρμογή ικανού ρυθμού υπερδειγματοληψίας

(τυπικά x64 ή παραπάνω). Δεδομένου ότι για τη διατήρηση της αρχικής δυναμικής περιοχής του ψηφιακού σήματος απαιτείται πολύ υψηλός ρυθμός PWM δεδομένων στην έξοδο του PWM διαμορφωτή (της τάξης των 5GHz για δυναμική περιοχή ισοδύναμη με αυτή των 16bit), η επιπλέον χρήση υπερδειγματοληψίας είναι στην πράξη αδύνατη. Για το λόγο αυτό, τα ψηφιακά δεδομένα εισόδου επανακβαντίζονται (τυπικά σε 8bit) πριν την PWM μετατροπή, ελαττώνοντας έτσι τον PWM ρυθμό στην περιοχή των 22MHz. Η εφαρμογή υπερδειγματοληψίας με στόχο την μείωση των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων και πάλι αυξάνει αναλογικά τον ρυθμό αυτό, η αύξηση αυτή όμως περιορίζεται τυπικά σε 16 φορές τον αρχικό ρυθμό, λόγω της χρήσης τεχνικών μείωσης του πλάτους των παραμορφώσεων. Παρόλα αυτά, ο ρυθμός αυτός παραμένει υψηλός για πρακτικές υλοποιήσεις.

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, αναπτύχθηκε αρχικά ένα πρωτότυπο μαθηματικό μοντέλο αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM ψηφιακών ηχητικών δειγμάτων. Η απεικόνιση αυτή στηρίζεται στη θεώρηση της PWM παλμοσειράς ως 1-bit σήμα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μετατροπή ψηφιακών ηχητικών δειγμάτων σε PWM παλμοσειρά οποιασδήποτε μορφής (ενός ή δύο άκρων, δύο ή τριών τιμών και κανονικής ή φυσικής δειγματοληψίας) χωρίς τη χρήση σήματος αναφοράς, κάνοντας χρήση εξισώσεων στο ψηφιακό πεδίο του χρόνου. Η ακρίβεια της παραπάνω απεικόνισης είναι ακριβώς η ίδια με την ακρίβεια της PWM κωδικοποίησης με χρήση σήματος αναφοράς, καθιστώντας έτσι αξιόπιστη, εύκολη κι ευέλικτη την υλοποίηση PWM διαμορφωτών σε DSP-based πλατφόρμες.

Η αναλυτική αναπαράσταση της 1-bit PWM παλμοσειράς στο πεδίο του χρόνου οδήγησε, μέσω της ανάλυσής της σε σειρές Fourier, στην πρωτότυπη μαθηματική περιγραφή της στο πεδίο της συχνότητας καλύπτοντας έτσι (σε αντίθεση με τις υπάρχουσες αναπαραστάσεις PWM διαμόρφωσης) περιπτώσεις όχι μόνον ημιτονικών ηχητικών κυματομορφών εισόδου, αλλά οποιασδήποτε ψηφιακής ηχητικής κυματομορφής. Η προτεινόμενη αυτή συχνοτική αναπαράσταση της PWM κυματομορφής είναι ακριβέστερη σε σχέση με τις αντίστοιχες προγενέστερες, υπολογίζοντας με μεγάλη ακρίβεια τα πλάτη όλων των παραγόμενων από την PWM μετατροπή παραμορφώσεων (συμπεριλαμβανομένων των προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης), ενώ συγχρόνως λαμβάνει υπόψιν όλες τις παραμέτρους μετατροπής (π.χ. ευκρίνεια χρονικού κβαντισμού), παρέχοντας έτσι με ακρίβεια την εκτίμηση της επίδρασής τους στο φασματικό περιεχόμενο της PWM παλμοσειράς.

Η γενικότητα του παραπάνω μαθηματικού μοντέλου της απεικόνισης PCM-σε-PWM έδωσε τη δυνατότητα της αναλυτικής και εκτεταμένης μελέτης των προβλημάτων που

χαρακτηρίζουν την PWM διαμόρφωση και είναι: α) η παραγωγή μη γραμμικών παραμορφώσεων και β) οι υψηλοί ρυθμοί λειτουργίας και μετάδοσης της PWM παλμοσειράς στην έξοδο του διαμορφωτή. Όπως προαναφέρθηκε, η παραπάνω πρωτότυπη μελέτη έγινε αρχικά με τρόπο αναλυτικό, προσδιορίζοντας για πρώτη φορά ποιοτικά τον μηχανισμό δημιουργίας των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων ως μία αρμονική διαμόρφωση του ψηφιακού ηχητικού σήματος που παράγει FM-τύπου αρμονικές παραμορφώσεις και προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης, αλλά και τον τρόπο με τον οποίο αυτές εξαρτώνται από τις παραμέτρους του σήματος εισόδου και τα χαρακτηριστικά της PCM-σε-PWM μετατροπής. Πιο συγκεκριμένα, αποδείχθηκε μαθηματικά ότι το πλάτος των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων αυξάνει με το πλάτος του σήματος εισόδου, το συχνοτικό του περιεχόμενο, ενώ μειώνεται με την αύξηση του ρυθμού επανάλιψης των PWM παλμών (ή ισοδύναμα με την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας στα αρχικά ψηφιακά δεδομένα εισόδου). Οι ίδιες θεωρητικές παρατηρήσεις προέκυψαν μετά το ορισμό και την μελέτη του σήματος της διαφοράς της στιγμιαίας δειγματολαμβανόμενης PCM και της PWM πλαμοσειράς, το οποίο αποδείχθηκε ότι είναι ένα υβριδικό σήμα, ορισμένο τόσο στο PCM πεδίο του πλάτους, όσο και στο PWM χρονικό πεδίο, με αποτέλεσμα η απευθείας εφαρμογή του στην PWM παλμοσειρά με στόχο την καταστολή των PWM παραμορφώσεων να μην είναι εφικτή.

Οι παραπάνω θεωρητικά αποδεδειγμένες παρατηρήσεις, συνοδεύτηκαν και από αντίστοιχες μετρήσεις των παραμορφώσεων που δημιουργούνται κατά την PWM μετατροπή, οι οποίες, με χρήση αντικειμενικών και υποκειμενικών κριτηρίων, οδήγησαν στον προσδιορισμό των βέλτιστων παραμέτρων της PCM-σε-PWM μετατροπής για τις οποίες η PWM διαμόρφωση μπορεί να θεωρηθεί γραμμική διαδικασία. Στην πράξη όμως, οι παράμετροι αυτές είναι εξαιρετικά δύσκολο να χρησιμοποιηθούν σε τυπικές υλοποιήσεις, λόγω των υψηλών ρυθμών του προκύπτοντος PWM ρολογιού. Για το λόγο αυτό, αναπτύχθηκαν δύο τεχνικές αντιμετώπισης των PWM παραμορφώσεων, μία μερικής συμπίεσής τους (καλούμενη ως Ασύμμετρη PWM διαμόρφωση), και μία πλήρους καταστολής τους («jither» τεχνική καταστολής), οι οποίες δεν απαιτούν την εφαρμογή τεχνικών υπερδειγματοληψίας στα αρχικά ψηφιακά δεδομένα, συγκρατώντας έτσι τον τελικό PWM ρυθμό σε πρακτικώς υλοποιήσιμα επίπεδα.

Η jither τεχνική στηρίζεται στην μετατροπή της UPWM διαμόρφωσης σε NPWM. Για το λόγο αυτό, αναπτύχθηκε η πρωτότυπη αναλυτική μεθοδολογία η οποία περιγράφει την παραπάνω προσέγγιση, τόσο στο πεδίο του πλάτους, όσο και στο πεδίο του χρόνου. Πιο συγκεκριμένα, η jithering διαδικασία ορίστηκε ως η εφαρμογή ελεγχόμενου jitter στις χρονικές στιγμές ανόρθωσης ή/και καθόδου της 1-bit PWM παλμοσειράς, με στόχο την μετατροπή της κανονικής δειγματοληψίας PWM διαμόρφωσης σε PWM φυσικής

δειγματοληψίας, η οποία δεν χαρακτηρίζεται από αρμονικές παραμορφώσεις, παρά μόνο από προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης, τα οποία μπορούν εύκολα να τεθούν εκτός της ακουστής περιοχής συχνοτήτων με την εφαρμογή χαμηλής τιμής υπερδειγματοληψίας (π.χ. $\times 2$) στα υπό διαμόρφωση ψηφιακά δεδομένα. Παράλληλα, η jittering διαδικασία, μπορεί να οριστεί και στο PCM πεδίο του πλάτους, ως ένα ψηφιακό ελεγχόμενο σήμα τύπου dither, το οποίο προστίθεται στο πλάτος των υπό διαμόρφωση ψηφιακών δεδομένων πριν την PWM μετατροπή τους, καταστέλλοντας έτσι τις PWM-παραγόμενες παραμορφώσεις και καθιστώντας την PWM μετατροπή ακουστικά διάφανη διαδικασία.

Η πλήρης καταστολή των PWM παραμορφώσεων με χρήση της jittering διαδικασίας, τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο του πλάτους, επιβεβαιώθηκε μέσω πειραματικών μετρήσεων για όλο το εύρος των παραμέτρων του ψηφιακού PCM σήματος εισόδου και των παραμέτρων μετατροπής PCM-σε-PWM. Ο μέγιστος ρυθμός υπερδειγματοληψίας στα δεδομένα εισόδου κατά την εφαρμογή της jittering διαδικασίας είναι $\times 4$, γεγονός που αποδεικνύει ότι η διαδικασία αυτή μπορεί κι επιτυγχάνει ακουστικά διάφανη PWM μετατροπή με τελικό PWM ρυθμό ρολογιού 4 φορές μικρότερο από τους ρυθμούς που αναφέρονται στη βιβλιογραφία.

Βασιζόμενοι στα παραπάνω αποτελέσματα και κάνοντας συνδιασμένη χρήση της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM και της jitter τεχνικής καταστολής των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων στο πεδίο του πλάτους, υλοποιήθηκε ένας PWM διαμορφωτής χωρίς παραμορφώσεις σε FPGA-based περιβάλλον, με χαμηλό PWM ρυθμό ρολογιού (22.4MHz) ο οποίος αποτελεί τον πυρήνα ενός ολοκληρωμένου συστήματος ψηφιακής ενίσχυσης.

Είναι προφανές ότι τα προβλήματα που μπορεί να ανακύψουν σε μια ολοκληρωμένη υλοποίηση βαθμίδας ψηφιακής ενίσχυσης δεν περιορίζονται μόνο στις παραμορφώσεις που εισάγει ο PWM διαμορφωτής και οι οποίες αντιμετωπίζονται πλήρως από τη jitter τεχνική. Η μη ιδανική διακοπτική λειτουργία των MOSFET του σταδίου εξόδου του ενισχυτή που θα τροφοδοτηθεί από τον PWM διαμορφωτή, έχει σαν αποτέλεσμα επιπρόσθετες ακουστές παραμορφώσεις, οι οποίες δημιουργούνται λόγω των καθυστερήσεων στους χρόνους απόκρισης των διακοπτικών στοιχείων. Οι καθυστερήσεις αυτές, που επηρεάζουν το συχνοτικό περιεχόμενο του ψηφιακού σήματος ισχύος, πιστεύεται ότι μπορούν να αντιμετωπιστούν από μια γενικευμένη εκδοχή του προτεινόμενου αλγορίθμου jitter, η οποία θα λαμβάνει υπόψιν τις καθυστερήσεις αυτές, ακυρώνοντάς τις μέσω κατάλληλων μετατοπίσεων των παρυφών των PWM παλμών στην έξοδο του PWM διαμορφωτή. Επίσης, με δεδομένο ότι κατά την PWM μετατροπή, η ηχητική πληροφορία μετατρέπεται από διάκριτες στάθμες πλάτους σε πληροφορία μεταβάσεων στο πεδίο του χρόνου, ιδιαίτερα

αποδοτική μπορεί να αποδειχθεί η ιδέα της αντικατάστασης του κβαντισμού στο πεδίο του πλάτους από κβαντισμό κατευθείαν στο πεδίο του χρόνου, με στόχο την αύξηση της απόδοσης της PWM μετατροπής.

Ένα επιπρόσθετο πεδίο προς μελλοντική διερεύνηση είναι η εξαγωγή αναλυτικών απεικονίσεων 1-bit κωδικοποιήσεων σε PWM κυματομορφή (όπως π.χ., DSD-σε-PWM), γεγονός που θα βοηθήσει στη δημιουργία συμβατότητας των συστημάτων ψηφιακής ενίσχυσης με μελλοντικά πρότυπα αποθήκευσης και διανομής ψηφιακής ηχητικής πληροφορίας (π.χ. Super Audio CD). Επιπλέον, με δεδομένο ότι με την ένταξη των ψηφιακών ενισχυτών στις αλυσίδες ηχητικής αναπαραγωγής, το τελευταίο αναλογικό προπύργιο σε αυτήν καθίσταται ο ηλεκτροακουστικός μετατροπέας μεγάφωνο/ηχείο, η ανάπτυξη νέου τύπου ψηφιακών ηχείων θα μπορούσε να επιτευχθεί με οδήγηση της PWM κυματομορφής σε κατάλληλους μετατροπείς ρεύματος-σε-ακουστική πίεση, δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο μια πλήρως ψηφιακή αλυσίδα ηχητικής αναπαραγωγής.

Αναφορές

- [1] A. C. Floros , J. N. Mourjopoulos, “A Study of the Distortions and Audibility of PCM to PWM Mapping,” Audio Eng. Soc 104th Convention, preprint 4669, May 1998.
- [2] A. C. Floros and J. N. Mourjopoulos, “On the Nature of Digital Audio PWM Distortions,” Audio Eng. Soc. 108th Convention, preprint 5123, Feb. 2000.
- [3] A. C. Floros, J. N. Mourjopoulos, “A Novel and Efficient PCM to PWM Converter for Digital Audio Amplifiers”, *IEEE ICECS'99 Proceedings*, Pafos, Cyprus.
- [4] A. C. Floros, J. N. Mourjopoulos, “Analytic Derivation of Audio PWM Signals and Spectra,” *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 46, no. 7/8, pp. 621-633, July/Aug. 1998.
- [5] A. C. Floros, J. N. Mourjopoulos, D. E. Tsoukalas, “Jither: The Effects of Jitter and Dither for 1-bit Audio PWM Signals,” Audio Eng. Soc 106th Convention, preprint 4656, May 1999.
- [6] Α. Φλώρος, Ι. Μουρτζόπουλος, "Σύστημα Μετασχηματισμού και Διόρθωσης Ψηφιακών Ηχητικών Σημάτων", αίτηση έκδοσης Διπλώματος Ευρεσιτεχνίας στον ΟΒΙ, Ιούλιος 1998.
- [7] A. Nishio, G. Ichimura, Y. Inazawa, N. Horikawa and T. Suzuki, “Direct Stream Digital Audio System,” Audio Eng. Soc. 100th Convention, preprint 4163, May 1996.
- [8] A. J. Magrath and M. B. Sandler, “Digital-Domain Dithering of Sigma-Delta Modulators Using Bit Flipping”, *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 45, no. 6, pp.467-475, June. 1997.
- [9] A. J. Magrath and M. B. Sandler, “Digital Power Amplification Using Sigma-Delta Modulation and Bit-Flipping”, *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 45, no. 6, pp.476-487, June. 1997.
- [10] B. A. Blesser, “Digitization of Audio: A Comprehensive Examination of Theory, Implementation, and Current Practice,” *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 26, no. 10, pp.739-771, Oct. 1978.
- [11] Beerends J. G., Stemerink J. A., "A Perceptual Audio Quality Measure Based on a Psychoacoustic Sound Representation", *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 40, no 12, pp. 963-978, Dec. 1992.
- [12] B. E. Attwood, “Design Parameters Important for the Optimization of Very-High-Fidelity PWM (Class D) Audio Amplifiers”, *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 31, no. 1, pp. 842-853, Nov. 1983.
- [13] C. Pascual, B. Roeckner, “Computationally Efficient Conversion from Pulse-Code Modulation to Naturally Sampled Pulse-Width Modulation”, Audio Eng. Soc. 109th Convention, preprint 5198, Sep. 2000.

- [14] D. R. Welland, B. P. D. Signore and E. J. Swanson, T. Tanaka, K. Hamashita, and T. Takasuka, "A Stereo 16-Bit Delta-Sigma A/D Converter for Digital Audio", *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 37, no. 6, pp.476-485, June. 1989.
- [15] F. S. Christensen, T. M. Frederiksen, K. Nielsen, "Paralleled Phase Shifted Carrier Pulse Width Modulation (PSCPWM) Schemes – a Fundamental Analysis", Audio Eng. Soc. 106th Convention, preprint 4917, May 1999.
- [16] G. Karachalios and J. Mourjopoulos, "PWM Coding of Audio Signals using Psychoacoustic Criteria," presented at the 96th Convention of the Audio Engineering Society (1994 Feb.), preprint 3818
- [17] H. S. Black, "Modulation Theory," Van Nostrand Co., pp. 266-276, 1953.
- [18] J. D. Martin, "Theoretical Efficiency of Class-D Power Amplifiers", *IEE Proc.*, vol. 117, no. 6, June 1970.
- [19] J. M. Goldberg and M. B. Sandler, "Noise Shaping and Pulse-Width Modulation for an All-Digital Audio Power Amplifier," *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 39, no. 6, pp. 449-460, June 1991.
- [20] J. M. Goldberg and M. B. Sandler, "Pseudo-Natural Pulse Width Modulation for High-accuracy Digital-to-Analogue Conversion," *Electronics Letter*, vol. 27, no. 16, pp. 1491-1492, Aug. 1991.
- [21] J. Hancock, "A Class D Amplifier Using MOSFETs with Reduced Minority Carrier Lifetime", *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 39, no. 9, pp. 650-662, Sep 1991.
- [22] J. A. Jensen, "A New Principle for a High-Efficiency Power Audio Amplifier for Use with a Digital Preamplifier", *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 35, no. 12, pp. 984-993, Dec. 1987.
- [23] K. Nielsen, "High-Fidelity PWM-Based Amplifier Concept for Active Loudspeaker Systems with Very Low Energy Consumption", *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 45, no 7/8, pp.554-570, Jul./Aug. 1997.
- [24] K. Nielsen, "Parallel Phase Shifted Carrier Pulse Width Modulation (PSCPWM) - A novel approach to switching power amplifier design", presented at the 102nd AES Convention, March 1997, preprint 4447.
- [25] K. Nielsen, "A Review and Comparison of Pulse Width Modulation (PWM) Methods for Analog and Digital Input Switching Power Amplifiers," Audio Eng. Soc. 102nd Convention, preprint 4446, March 1997.
- [26] K. Nielsen, "Digital Pulse Modulation Amplifier (PMA) topologies based on PEDEC Control", Audio Eng. Soc. 106th Convention, preprint 4942, May 1999.
- [27] K. Nielsen, "Pulse Edge Delay Error Correction (PEDEC) – A Novel Power Stage Error Correction Principle for Power Digital-Analog Conversion", Audio Eng. Soc. 103rd Convention, preprint 4602, September 1997.

- [28] L. Risbo, T. Morch, "Performance of an All-Digital Power Amplification System", Audio Eng. Soc. 104th Convention, preprint 4695, May 1998.
- [29] M. A. E. Andersen, "New Principle for Digital Audio Power Amplifiers", Audio Eng. Soc. 92nd Convention, preprint 3226, March 1992.
- [30] M. H. Oshato, G. Kimura and M. Shioya, "Five-stepped PWM Inverter Used in Photovoltaic Systems", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 38, no. 5, Oct. 1991.
- [31] M. O. Hawksford, "Dynamic Jitter Filtering in High-Resolution DSM and PWM Digital-to-Analogue Conversion", Audio Eng. Soc. 96th Convention, March 1994.
- [32] M. O. J. Hawksford, "Dynamic Model-Based Linearization of Quantized Pulse-Width Modulation for Applications in Digital-to-Analog Conversion and Digital Power Amplifier Systems," *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 40, no. 4, pp. 235-252, April 1992.
- [33] M. O. J. Hawksford, "Linearization of Multilevel, Multiwidth Digital PWM with Applications in Digital-to-Analog Conversion," Audio Eng. Soc 97th Convention, *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 43, no. 10, pp. 787-798, Oct. 1995.
- [34] M. S. Pedersen, M. Shajaan, "All Digital Power Amplifier Based on Pulse Width Modulation", Audio Eng. Soc. 96th Convention, preprint 3809, Feb. 1994.
- [35] M. Score and D. Dapkus, "Optimized Modulation Scheme Eliminates Output Filter", Audio Eng. Soc. 109th Convention, preprint 5196, Sep. 2000.
- [36] M. Streitenberger, H. Bresch, W. Mathis, "A New Concept for High-performance Class-D Audio Amplification", Audio Eng. Soc. 106th Convention, preprint 4941, May 1999.
- [37] M. Takita, "A Hybridized, High Performance, Compact PWM Amplifier for Audio", Audio Eng. Soc. 109th Convnetion, preprint 5195, Sep. 2000.
- [38] N. Anderskov, K. Nielsen, M. A. E. Andersen, "High Fidelity Pulse Width Modulation Amplifiers based on Novel Double Loop Feedback Techniques", Audio Eng. Soc. 100th Convention, preprint 4258, May 1996.
- [39] P. Craven, "Toward the 24-bit DAC: Novel Noise-Shaping Topologies Incorporating Correction for the Nonlinearity in a PWM Output Stage," *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 41, no. 5, pp. 291-313, May 1993.
- [40] P. H. Mellor, S. P. Leigh, B.M.G. Cheetham, "Digital Sampling Process for Audio Class D, Pulse Width Modulated, Power Amplifiers", *Electronics Letters*, vol. 28, no 1, pp. 56-58, Jan. 1992.
- [41] P. H. Mellor, S. P. Leigh, B.M.G. Cheetham, "Reduction of spectral distortion in class D amplifiers by an enhanced pulse width modulation sampling process," *IEE Proc. G*, vol. 138, no. 4, pp.441-448, Aug. 1991.

- [42] P. Midya, M. Miller and M. Sandler, "Integral Noise Shaping for Quantization of Pulse Width Modulation", Audio Eng. Soc. 109th Convention, preprint 5193, Sep. 2000.
- [43] P. Midya, B. Roeckner, P. Rakers and P. Wagh, "Prediction Correction Algorithm for Natural Pulse Width Modulation", Audio Eng. Soc. 109th Convention, preprint 5194, Sep. 2000.
- [44] P. Pribyl, "Spectral Representation of a PCM - PWM Digital Power Amplifier," presented at the 88th Convention of the Audio Engineering Society (1990 Mar.), preprint 2920.
- [45] P. Pribyl, "The non-linear distortion in class D amplifiers," presented at the 90th Convention of the Audio Engineering Society (1991 Feb.), preprint 3035.
- [46] R. E. Hiorns, M. B. Sandler, "Power Digital to Analogue Conversion Using Pulse Width Modulation and Digital Signal Processing", *IEE Proceedings – G.*, vol. 140, no. 5, Oct. 1993.
- [47] R. E. Hiorns, R. G. Bowman, J. M. Goldberg, M. B. Sandler, "Developments in Realising an All Digital Power Amplifier", presented at the 90th AES Convention, Feb. 1991, preprint 3034.
- [48] R. M. Gray, "Quantization Noise Spectra," *IEEE Trans. On Information Theory*, vol. 36, no. 6, pp.1220-1244, Nov. 1990.
- [49] S. Harris, "How to Achieve Optimum Performance from Delta-Sigma A/D and D/A Converters", *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 41, no. 10, pp.782-790, Oct. 1993.
- [50] S. Harris, "The Effects of Sampling Clock Jitter on Nyquist Sampling Analog-to-Digital Converters, and on Oversampling Delta-Sigma ADCs", *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 38, no. 7/8, pp. 537-542 (1990 July/Aug.).
- [51] S. P. Leigh, P. H. Mellor and B. M. G. Cheetham, "Distortion Minimisation in Pulse Width Modulated Systems Using a Digital Sampling Process," *Electronics Letters*, vol. 26, no 16, pp. 1310-1311, Aug. 1990.
- [52] S. P. Lipshitz, R. A. Wannamaker and J. Vanderkooy, "Quantization and Dither: A Theoretical Survey", *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 40, no. 5, pp. 355-375, May 1992.
- [53] S. R. Bowes and B. M. Bird, "Novel Approach to the Analysis and Synthesis of Modulation Processes in Power Convertors," *IEE Proc.*, vol. 122, no. 5, pp. 507-513, May 1975.
- [54] S. R. Bowes and Y. S. Lai, "The Relationship Between Space-Vector Modulation and Regular-Sampled PWM," *IEEE Trans. Industrial Elec.*, vol. 44, no. 5, pp. 670-679, Oct. 1997.
- [55] S. R. Bowes, "New sinusoidal pulsewidth-modulated inverter," *IEE Proc.*, vol. 122, no. 11, pp. 1279-1285, Nov. 1975.

- [56] S. R. Bowes, R. I. Bullough, “Harmonic Minimisation in Microprocessor Controlled Current fed PWM Inverter Drives”, *IEE Proceedings*, vol. 134, no. 1, Jan. 1987.
- [57] S. R. Norsworthy, “Dynamic Dithering of Delta-Sigma Modulators”, Audio Eng. Soc. 99th Convention, preprint 4103, Oct. 1995.
- [58] S.R Bennet, “New Results in the Calculation of Modulation Products”, *The Bell System Technical Journal*, vol. 12, pp. 228-243, April 1933.
- [59] T. Taul, K. Nielsen, M. A. E. Andersen, “Comparing Nonlinear with Linear Control Methods for Error Correction in Switching Audio Amplifiers Output Stages”, Audio Eng. Soc. 104th Convention, preprint 4673, May 1998.
- [60] T. Frederiksen, H. Bengtsson, K. Nielsen, “A Novel Audio Power Amplifier Topology with High Efficiency and State-of-the-Art Performance”, Audio Eng. Soc. 109th Convention, preprint 5197, Sep. 2000.
- [61] H. J. Eberlein, S. H. Bradenburg, “Advanced Audio Measurement System Using Psychoacoustic Properties”, Audio Eng. Soc. 92nd Convention, preprint 3332, March 1992.
- [62] N. A. Τάτλας, “Υλοποίηση class D ψηφιακού ενισχυτή ηχητικών σημάτων”, *Διπλωματική Εργασία*, Εργ. Ενσύρματης Τηλεπικοινωνίας, Πανεπιστήμιο Πατρών, Ιανουάριος 2001.
- [63] A. H. Reeves, French patent 852, 183 (1938).
- [64] A. H. Reeves, British patent 535, 860 (1939).
- [65] A. H. Reeves, U.S. patent 2,272,070 (1942).
- [66] G. Danz, “HIP4080 and HIP4081 High Frequency H-Bridge Drivers”, Intersil Technical Brief, TB321, August 1993.
- [67] Intersil HIP4080A 80V/2.5A Peak, High Frequency Full Bridge FET Driver Data Sheet, March 1995.
- [68] Intersil IRF520 9.2A, 100V, 0.270Ohm N-Channel Power MOSFET Data Sheet, November 1999.

Ευρετήριο Σχημάτων

- Σχήμα 1.1:** Τυπική αλυσίδα ηχητικής αναπαραγωγής με αναλογικά συστήματα ενίσχυσης.
- Σχήμα 1.2:** Πλήρως ψηφιακή αλυσίδα ηχητικής αναπαραγωγής.
- Σχήμα 1.3:** Γενική μορφή ενισχυτών ηχητικού σήματος (α) πλήρως ψηφιακών (β) αναλογικών.
- Σχήμα 1.4:** Τυπική μορφή PCM και PWM κυματομορφής για ημίτονο πλάτους -0.18dB rel. Full Scale, συχνότητας 5kHz .
- Σχήμα 1.5:** Γενική μορφή διαφορικού διαμορφωτή τύπου Σ/Δ .
- Σχήμα 1.6:** Τυπική μορφή PCM και $\times 32$, $1^{\text{ης}}$ τάξης Σ/Δ κυματομορφής για ημίτονο πλάτους -0.18dB rel. Full Scale, συχνότητας 5kHz .
- Σχήμα 1.7:** Τυπική μετατροπή αναλογικού σήματος σε NPWM ακολουθία παλμών με χρήση σήματος αναφοράς.
- Σχήμα 1.8:** Τυπική μετατροπή σήματος διάκριτου χρόνου σε UPWM ακολουθία παλμών με χρήση σήματος αναφοράς.
- Σχήμα 1.9:** Τυπική μορφή PWM διαμόρφωτή.
- Σχήμα 1.10:** Τυπική μορφή PWM διαμορφωτή για χρήση σε ψηφιακές ηχητικές εφαρμογές.
- Σχήμα 1.11:** Εναλλακτική μέθοδος PWM διαμόρφωσης με χρήση τιμής κατωφλίου.
- Σχήμα 2.1:** Αντιστοιχία μεταξύ μιας $N=2$ -bit PCM ακολουθίας δειγμάτων και PWM παλμών ορισμένων από $2 \times 2^N - 1$ χρονικά σημεία. (α) δυαδικό PCM σήμα (β) τομή PCM δειγμάτων και τριγωνικού φορέα (γ) προκύπτοντες PWM παλμοί.
- Σχήμα 2.2:** Μεταβολή της διάκριτου χρόνου μεταβλητής nT_p εντός κάθε PCM περιόδου δειγματοληψίας T_s .
- Σχήμα 2.3:** Σύγκριση της παραγόμενης από την παραδοσιακή προσέγγιση και την αναλυτική μέθοδο PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα εισόδου ($f_{\text{input}}=1\text{kHz}$, $M=0.98$, $f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$). (α) Διάκριτου χρόνου σήμα εισόδου (β) PCM αναπαράσταση σήματος εισόδου (γ) Τριγωνικό σήμα αναφοράς ($f_p=5.78\text{GHz}$) (δ) προκύπτουσα από την παραδοσιακή προσέγγιση PWM παλμοσειρά (ϵ) προκύπτουσα από την αναλυτική μέθοδο PWM παλμοσειρά.
- Σχήμα 2.4:** Σύγκριση της παραγόμενης από την παραδοσιακή προσέγγιση και την αναλυτική μέθοδο PWM παλμοσειράς για τυπικό ηχητικό ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$). (α) Διάκριτου χρόνου σήμα εισόδου (β) PCM αναπαράσταση σήματος εισόδου (γ) Τριγωνικό σήμα αναφοράς ($f_p=5.78\text{GHz}$) (δ) προκύπτουσα από την παραδοσιακή προσέγγιση PWM παλμοσειρά (ϵ) προκύπτουσα από την αναλυτική μέθοδο PWM παλμοσειρά.

- Σχήμα 2.5:** Σύγκριση του PWM φάσματος που παράγεται από το αναλυτικό μοντέλο και το αρμονικό μοντέλο για ημιτονική είσοδο ($f_s=88.2\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$). (α) Φάσμα για 0dB-FS σήμα εισόδου και $f_{\text{input}}=1\text{kHz}$ (β) Φάσμα για -20dB-FS σήμα εισόδου και $f_{\text{input}}=1\text{kHz}$ (γ) Φάσμα για 0dB-FS σήμα εισόδου και $f_{\text{input}}=10\text{kHz}$ (δ) Φάσμα για -20dB-FS σήμα εισόδου και $f_{\text{input}}=10\text{kHz}$.
- Σχήμα 2.6:** Σύγκριση του PWM φάσματος που παράγεται από το αναλυτικό μοντέλο και από την υλοποίηση της PWM μετατροπής με χρήση τριγωνικού φορέα μέσω FFT για τμήμα τυπικού ηχητικού υλικού ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$) (α) απεικόνιση PCM κυματομορφής (β) Φάσμα PWM διαμόρφωσης μέσω FFT (γ) PWM φάσμα αναλυτικού μοντέλου.
- Σχήμα 2.7:** Φάσματα PWM κυματομορφών που ελήφθησαν με την εφαρμογή της αναλυτικής απεικόνισης PCM-σε-PWM για ημίτονο συχνότητας 1kHz και PCM ευκρίνεια κβαντισμού $N=8, 16$ και 24bit ($f_s=44.1\text{kHz}$)
- Σχήμα 3.1:** γραφική αναπαράσταση των ορίων των στιγμιαίας δειγματοληψίας PCM παλμών.
- Σχήμα 3.2:** Φάσμα ημιτονικής κυματομορφής πλήρους κλίμακας και συχνότητας 5kHz : (α) στιγμιαία δειγματολαμβανόμενη PCM (β) τάξης D PWM (γ) τάξης BD PWM
- Σχήμα 3.3:** Γραφική παράσταση των συναρτήσεων Bessel δεύτερης, τρίτης και τέταρτης τάξης, πρώτου είδους και της προσέγγισης της συνάρτησης δεύτερης τάξης.
- Σχήμα 3.4:** Γραφική παράσταση της τιμής του λόγου r_E , ως συνάρτηση του λόγου συχνοτήτων q .
- Σχήμα 3.5:** Χρονική αναπαράσταση PCM, PWM και σφάλματος μετατροπής για ημιτονική κυματομορφή 1kHz , μέγιστου πλάτους ($N=8\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$): (α) στιγμιαίας δειγματοληψίας PCM και 1-bit PWM κυματομορφές (β) κυματομορφή αντιστοίχου σφάλματος
- Σχήμα 3.6:** Χρονική αναπαράσταση PCM, PWM και σφάλματος μετατροπής για τυπικό ηχητικό υλικό ($N=8\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$): (α) στιγμιαίας δειγματοληψίας PCM και 1-bit PWM κυματομορφές (β) κυματομορφή αντιστοίχου σφάλματος
- Σχήμα 3.7:** Φάσματα PCM, PWM και παραγόμενου σφάλματος μετατροπής για ημιτονική κυματομορφή 1kHz , μέγιστου πλάτους ($N=8\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$): (α) Φάσμα στιγμιαίας δειγματοληψίας PCM (β) φάσμα τάξης D 1-bit PWM κυματομορφής (γ) φάσμα παραγόμενου σφάλματος.
- Σχήμα 3.8:** Φάσματα PCM, PWM και παραγόμενου σφάλματος μετατροπής για τυπική ηχητική κυματομορφή ($N=8\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$): (α) Φάσμα στιγμιαίας δειγματοληψίας PCM (β) φάσμα τάξης D 1-bit PWM κυματομορφής (γ) φάσμα παραγόμενου σφάλματος.

- Σχήμα 3.9:** Παράδειγμα επίδρασης τυχαίου (λευκού θορύβου) jitter μέγιστου πλάτους 10nsec στο φάσμα της παραγόμενης PCM ημιτονικής κυματομορφής μέγιστου πλάτους, βασικής συχνότητας 5kHz, $f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$.
- Σχήμα 3.10:** Παράδειγμα επίδρασης ημιτονικού jitter πλάτους 10nsec και συχνότητας 500Hz στο φάσμα της παραγόμενης PCM ημιτονικής κυματομορφής μέγιστου πλάτους, βασικής συχνότητας 5kHz, $f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$
- Σχήμα 4.1:** Προσεγγιστική γραφική απεικόνιση της βασικής αρχικής των υπαρχόντων μεθόδων αντιμετώπισης των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων
- Σχήμα 4.2:** γενική μορφή της δομής των υλοποιήσεων που βασίζονται σε τεχνικές προ-κωδικοποίησης για την συμπίεση των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων.
- Σχήμα 4.3:** Block διάγραμμα A-UPWM τεχνικής.
- Σχήμα 4.4:** Παράδειγμα απεικόνισης PCM σήματος σε A-UPWM ακολουθία παλμών
- Σχήμα 4.5:** Φάσμα PWM διαμορφωμένου ημιτονικού σήματος με $f_{\text{input}}=5\text{kHz}$, $M=0.98$, $f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$ (α) φάσμα UPWM (β) φάσμα A-UPWM.
- Σχήμα 4.6:** Διάγραμμα μεταβολής του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής ως συνάρτησης της συχνότητας f_{input} του ημιτονικού σήματος εισόδου: (α) πλάτος UPWM άρτιας αρμονικής (β) πλάτος UPWM περιττής αρμονικής (γ) πλάτος A-UPWM άρτιας αρμονικής (δ) πλάτος A-UPWM περιττής αρμονικής.
- Σχήμα 4.7:** Διάγραμμα τιμών της %THD+Noise του παραγόμενου PWM σήματος ως συνάρτηση της συχνότητας f_{input} της PCM κυματομορφής εισόδου που μετρήθηκαν για $M=0.98$, $f_s=R \times 44.1\text{KHz}$ και $N=8$: (α) UPWM, $R_{\text{tot}}=1$ (β) A-UPWM, $R_{\text{tot}}=1$ (γ) UPWM, $R_{\text{tot}}=4$ (δ) A-UPWM, $R_{\text{tot}}=4$.
- Σχήμα 4.8:** τυπική μορφή δεδομένων: (α) Αναλογικό, ψηφιακό (x2 υπερδειγματοληψίας) PCM σήμα και τριγωνικός φορέας βασικής συχνότητας f_s (β) A-UPWM κυματομορφή (γ) NPWM κυματομορφή (δ) απόλυτη διαφορά A-UPWM και NPWM κυματομορφών.
- Σχήμα 4.9:** block διάγραμμα της προτεινόμενης jittering τεχνικής (στο πεδίο του πλάτους και στο πεδίο του χρόνου) για την καταστολή των PCM-σε-UPWM-παραγόμενων παραμορφώσεων.
- Σχήμα 4.10:** εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους: (α) PCM δεδομένα (β) τιμές jitter (γ) jittered PCM τιμές (δ) διορθωμένη 1-bit A-UPWM παλμοσειρά.
- Σχήμα 4.11:** εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους: (α) φάσμα PCM δεδομένων (β) φάσμα jitter (γ) φάσμα jittered PCM τιμών (δ) φάσμα διορθωμένης 1-bit A-UPWM παλμοσειράς.
- Σχήμα 4.12:** εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους για ημιτονική κυματομορφή συχνότητας 5.005kHz και μέγιστου πλάτους: (α) φάσμα jittered PCM

δεδομένων, $N=16\text{bit}$, $R=2$ (β) φάσμα jittered PCM δεδομένων, $N=8\text{bit}$, $R=4$ και χρήση τεχνικής μορφοποίησης θορύβου 3^{15} τάξης.

- Σχήμα 4.13:** εφαρμογή του jitter στο πεδίο του πλάτους: (α) PCM δεδομένα (β) 1-bit UPWM παλμοί (γ) 1-bit jitter παλμοί (δ) διορθωμένη 1-bit A-UPWM παλμοσειρά.
- Σχήμα 4.14:** εφαρμογή του jitter στο πεδίο του χρόνου: (α) φάσμα PCM δεδομένων (β) φάσμα 1-bit UPWM (γ) φάσμα 1-bit jitter παλμοσειράς (δ) φάσμα διορθωμένης 1-bit A-UPWM παλμοσειράς.
- Σχήμα 4.15:** Block διάγραμμα υλοποίησης της jitter τεχνικής στο πεδίο του χρόνου.
- Σχήμα 5.1:** Block διάγραμμα της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε για την αριθμητική εκτίμηση της ακουστότητας των PWM-παραγόμενων παραμορφώσεων.
- Σχήμα 5.2:** Μεταβολή του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής PWM-παραγόμενης αρμονικής συναρτήσει της ημιτονικής συχνότητας εισόδου, για διαφορετικά πλάτη σήματος εισόδου (M) και παράγοντες υπερδειγματοληψίας (R). Η PWM ευκρίνεια κβαντισμού είναι 16 bit σε όλες τις περιπτώσεις.
- Σχήμα 5.3:** Μεταβολή της παραγόμενης από την PWM διαμόρφωσης %THD+Noise σε συνάρτηση με τη ημιτονική συχνότητα εισόδου, για διαφορετικά πλάτη σήματος εισόδου (M) και παράγοντες υπερδειγματοληψίας (R). Η PWM ευκρίνεια κβαντισμού είναι 16 bit σε όλες τις περιπτώσεις.
- Σχήμα 5.4:** Μεταβολή της μέτρησης απόλυτης παρομόρφωσης (D_{ABS}) σε συνάρτηση με τον συνολικό ρυθμό της 1-bit PWM παλμοσειράς για όλες τις περιπτώσεις των ημιτονικών σημάτων εισόδου: (α) με χρήση TPDF dither και βαθμίδα υψηλοδιαβατής μορφοποίησης θορύβου 3^{15} τάξης (β) χωρίς χρήση dither και βαθμίδα μορφοποίησης θορύβου.
- Σχήμα 5.5:** Μεταβολή της τιμής του NMR με το ρυθμό της 1-bit PWM παλμοσειράς: (α) με χρήση TPDF dither και βαθμίδα υψηλοδιαβατής μορφοποίησης θορύβου 3^{15} τάξης (β) χωρίς dither και μορφοποίηση θορύβου.
- Σχήμα 5.6:** Μεταβολή της τιμής του PAQM με το ρυθμό της 1-bit PWM παλμοσειράς: (α) με χρήση TPDF dither και βαθμίδα υψηλοδιαβατής μορφοποίησης θορύβου 3^{15} τάξης (β) χωρίς dither και μορφοποίηση θορύβου.
- Σχήμα 5.7:** Περιοχή ακουστικά αποδεκτής PWM μετατροπής σύμφωνα με τις μετρήσεις των αντικειμενικών κριτηρίων.
- Σχήμα 5.8:** Block διάγραμμα της μεθοδολογίας των πειραμάτων για την εκτίμηση της επίδρασης του jitter κατά την PWM-μετατροπή.
- Σχήμα 5.9:** Επίδραση τυχαίου jitter ($M_{jitter}=10\text{nsec}$) στο PCM πεδίο στο φάσμα PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα μεγίστου πλάτους, συχνότητας 5kHz ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$).

- Σχήμα 5.10:** Επίδραση ημιτονικού jitter ($M_{\text{jitter}}=10\text{nsec}$, $f_{\text{jitter}}=1\text{kHz}$) στο PCM πεδίο στο φάσμα PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα μεγίστου πλάτους, συχνότητας 5kHz ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$).
- Σχήμα 5.11:** Μεταβολή των τιμών της %THD+Noise με το πλάτος τυχαίου jitter στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.12:** Μεταβολή των τιμών της %THD+Noise με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.13:** Μεταβολή των τιμών του NMR με το πλάτος τυχαίου jitter στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.14:** Μεταβολή των τιμών του NMR με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.15:** Μεταβολή των τιμών του PAQM με το πλάτος τυχαίου jitter στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.16:** Μεταβολή των τιμών του PAQM με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PCM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.17:** Επίδραση τυχαίου jitter ($M_{\text{jitter}}=100\text{nsec}$) στο PWM πεδίο στο φάσμα PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα μεγίστου πλάτους, συχνότητας 5kHz ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$).
- Σχήμα 5.18:** Επίδραση ημιτονικού jitter ($M_{\text{jitter}}=100\text{nsec}$, $f_{\text{jitter}}=1\text{kHz}$) στο PWM πεδίο στο φάσμα PWM παλμοσειράς για ημιτονικό σήμα μεγίστου πλάτους, συχνότητας 5kHz ($f_s=44.1\text{kHz}$, $N=16\text{bit}$).
- Σχήμα 5.19:** Μεταβολή των τιμών της %THD+Noise με το πλάτος τυχαίου jitter στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.20:** Μεταβολή των τιμών της %THD+Noise με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.21:** Μεταβολή των τιμών του NMR με το πλάτος τυχαίου jitter στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.22:** Μεταβολή των τιμών του NMR με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.23:** Μεταβολή των τιμών του PAQM με το πλάτος τυχαίου jitter στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.24:** Μεταβολή των τιμών του PAQM με το πλάτος ημιτονικού jitter συχνότητας 1kHz στο PWM πεδίο για PWM ρυθμό ρολογιού $f_p=5.74\text{GHz}$.
- Σχήμα 5.25:** Τυπικό παράδειγμα της επίδρασης της jitter τεχνικής στο φάσμα της παραγόμενης PWM διαμόρφωσης για PCM ημιτονικό σήμα μέγιστου πλάτους, συχνότητας 5kHz, $N=16\text{bit}$, $f_s=44.1\text{kHz}$, $R=2$: (α) φάσμα UPWM παλμοσειράς (β) φάσμα jittered PWM παλμοσειράς.

- Σχήμα 5.26:** Μεταβολή του πλάτους της κυρίαρχης ακουστικής συνιστώσας PWM παραμόρφωσης συναρτήσει της διακοπτικής συχνότητας f_s για διαφορετικές μεθόδους καταστολής.
- Σχήμα 5.27:** Μετρηθείσες τιμές πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής για διαφορετικές τιμές συχνότητας ημιτονικών σημάτων εισόδου μέγιστου πλάτους, ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$ και $R=4$.
- Σχήμα 5.28:** Μετρηθείσες τιμές πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής για διαφορετικές τιμές συχνότητας ημιτονικών σημάτων εισόδου μέγιστου πλάτους, ευκρίνειας κβαντισμού $N=16\text{bit}$ και $R=4$.
- Σχήμα 6.1:** Block διάγραμμα PC-based υλοποίησης πλήρως ψηφιακού ενισχυτή.
- Σχήμα 6.2:** Αναλυτικό διάγραμμα της βαθμίδας απεικόνισης PCM-σε-PWM που υλοποιήθηκε σε FPGA.
- Σχήμα 6.3:** Τυπικό διάγραμμα χρονισμού PCM-σε-PWM μετατροπέα.
- Σχήμα 6.4:** Σύνδεση PWM μετατροπέα με διάταξη MOSFET διακοπτικών στοιχείων μορφής H-γέφυρας.
- Σχήμα 6.5:** Φάσμα PWM παλμοσειράς εξόδου χωρίς τη χρήση jitter τεχνικής.
- Σχήμα 6.6:** Φάσμα PWM παλμοσειράς εξόδου χωρίς τη χρήση jitter τεχνικής.
- Σχήμα 6.7:** Μετρήσεις αρμονικής παραμόρφωσης συναρτήσει της συχνότητας του ημιτονικού σήματος εισόδου.
- Σχήμα 6.8:** Block διάγραμμα αυτόνομου συστήματος πλήρως ψηφιακού ενισχυτή.

Ευρετήριο Πινάκων

- Πίνακας 1.1:** Τύποι PWM διαμόρφωσης με κριτήριο τη διαμόρφωση των παρυφών.
- Πίνακας 2.1:** Εξισώσεις για τον υπολογισμό της φασματικής απεικόνισης της PWM παλμοσειράς με βάση το αρμονικό μοντέλο του Bennett.
- Πίνακας 3.1:** Αναλυτικές εκφράσεις των τιμών πλάτους του σήματος εισόδου και των δύο πρώτων PWM-παραγόμενων αρμονικών.
- Πίνακας 3.2:** Συνοπτικός πίνακας της αναλυτικής μεταβολής του πηλίκου πλατών της πρώτης άρτιας και περιττής PWM-παραγόμενης αρμονικής για αύξηση του πλάτους εισόδου και για εφαρμογή υπερδειγματοληψίας παράγοντα $x2$ ή μείωση της συχνότητας εισόδου κατά παράγοντα 2.
- Πίνακας 5.1:** Μεταβαλλόμενοι παράμετροι ημιτονικού ψηφιακού σήματος εισόδου και PCM κωδικοποίησης.
- Πίνακας 5.2:** Παράμετροι τυπικού ηχητικού ψηφιακού σήματος εισόδου.
- Πίνακας 5.3:** Τιμές αναφοράς των ψυχοακουστικών μεγεθών RAQM και NMR που ελήφθησαν κατά τον επανακβαντισμό του υπό δοκιμή ηχητικού υλικού σε 8bit.
- Πίνακας 5.4:** Πίνακας τιμών της σχετικής μεταβολής του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής κατά την εφαρμογή υπερδειγματοληψίας $x2$ για διαφορετικές τιμές πλάτους M σήματος εισόδου.
- Πίνακας 5.5:** Μετρήσεις της επίδρασης της συχνότητας εισόδου και της εφαρμογής υπερδειγματοληψίας xR στο πλάτος (dB rel. Full Scale) της πρώτης PWM-παραγόμενης άρτιας αρμονικής.
- Πίνακας 5.6:** Πίνακας τιμών της σχετικής μεταβολής του πλάτους της πρώτης άρτιας και περιττής αρμονικής για μεταβολή του πλάτους σήματος από M σε M' ($M < M'$).
- Πίνακας 5.7:** Ψυχοακουστικές μετρήσεις σε τυπικό ηχητικό υλικό.
- Πίνακας 5.8:** Παράμετροι PCM ημιτονικών σημάτων εισόδου
- Πίνακας 5.9:** Παράμετροι Jitter.
- Πίνακας 5.10:** Μιγαδικές τιμές και μέτρα φασματικών διαφορών της UPWM και PCM κωδικοποίησης